



**Уральский
федеральный
университет**

имени первого Президента
России Б.Н. Ельцина

**Институт новых материалов
и технологий**

ОСНОВЫ ПРОЕКТИРОВАНИЯ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН

Учебное пособие

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Уральский федеральный университет
имени первого Президента России Б. Н. Ельцина

ОСНОВЫ ПРОЕКТИРОВАНИЯ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН

Учебное пособие

Рекомендовано методическим советом
Уральского федерального университета
для студентов вуза, обучающихся по направлениям подготовки
15.03.02 — Технологические машины и оборудование,
23.03.08 — Наземные транспортно-технические комплексы

Екатеринбург
Издательство Уральского университета
2018

УДК 621.01-047.74(075.8)

ББК 34.42я73

О-75

Авторы: Ю. В. Песин, А. Г. Черненко, В. Б. Покровский, Н. Ю. Боклаг

Рецензенты:

кафедра «Технология металлов и ремонт машин» Уральского государственного аграрного университета (завкафедрой канд. техн. наук, доц. *В. А. Александров*);

проф. кафедры «Индустриальный дизайн» Уральского государственного архитектурно-художественного университета *Э. А. Бубнов*

Научный редактор — канд. техн. наук, доц. *Л. В. Мальцев*

Основы проектирования механизмов и машин : учеб. пособие /
О-75 Ю. В. Песин [и др.]. — Екатеринбург : Изд-во Урал. ун-та,
2018. — 168 с.

ISBN 978-5-7996-2501-6

В учебном пособии изложены основы теории механизмов и машин различного назначения. Содержатся рекомендации по выполнению всех разделов проекта по дисциплине «Теория механизмов машин» с примерами. Приведены требования к оформлению графической части проекта и пояснительной записки, вопросы для подготовки к сдаче проекта.

Библиогр.: 6 назв. Табл. 6. Рис. 86. Прил. 4.

УДК 621.01-047.74(075.8)

ББК 34.42я73

ISBN 978-5-7996-2501-6

© Уральский федеральный
университет, 2018

Предисловие

Создание быстроходных высокопроизводительных машин требует от конструктора владения современными методами расчета и конструирования. Для этого студент, будущий специалист, должен изучить общие методы кинематического и динамического анализа и синтеза механизмов, изложенные в курсе теории механизмов и машин, а также приобрести навыки в применении этих методов к исследованию и проектированию кинематических схем наиболее распространенных механизмов. Поэтому предусмотрено не только изучение теоретического курса, но и обязательное выполнение студентами проекта по модулю «Основы проектирования машин». Проект содержит задачи по исследованию и проектированию машин, состоящих из рычажных, зубчатых и кулачковых механизмов. Состав и пример выполнения и оформления пояснительной записки приведены в приложении.

Разработка проектно-конструкторской документации — сложный и трудоемкий процесс, включающий в соответствии с ЕСКД следующие этапы: техническое задание, техническое предложение, эскизный проект, технический проект и разработку рабочей документации. При проектировании машин, как правило, производится синтез нескольких вариантов решений и обоснованный выбор лучшего из них. Выполнение этой задачи в предельно короткие сроки немыслимо без проведения вычислений и анализа результатов с позиции использования методов автоматизированного проектирования на компьютере. При проектировании машин возникает задача обоснованного выбора кинематических схем механизмов и компоновки в целом. Эта задача решается на основе сравнительного анализа геометрических, кинематических и динамических показателей различных кинематических схем механизмов и машин. Выполнение такого анализа без вычислительной техники требует неоправданно больших затрат времени. Поэтому в процессе проектирования студент должен освоить решение основных задач анализа и синтеза типовых механизмов как традиционными графо-аналитическими методами, так и с помощью учебного программного комплекса «Механика машин».

1. Структурный анализ механизма

Основные термины, понятия и определения

Деталью называется изделие, изготовленное без применения сборочных операций.

Звеном называется одна либо несколько деталей, соединенных без возможности их относительного перемещения.

Кинематической парой называется подвижное соединение двух звеньев.

Поверхности, линии и точки, по которым соприкасаются звенья, образующие кинематическую пару, называются элементами кинематической пары.

Кинематические пары, у которых элементом является линия или точка, называются высшими. Если элемент кинематической пары — поверхность, то пара низшая.

Кинематические пары классифицируют по количеству связей, которые пара налагает на относительное движение звеньев, образовавших эту кинематическую пару.

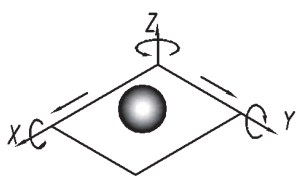


Рис. 1.1. Пара 1-го класса

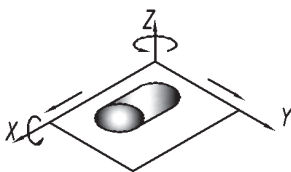


Рис. 1.2. Пара 2-го класса

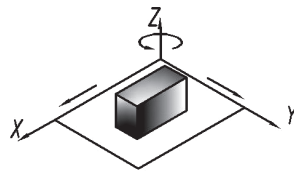


Рис. 1.3. Пара 3-го класса

Класс пары определяется числом этих связей. На рис. 1.1 показана пара 1-го класса: для того чтобы существовал контакт между шаром

и плоскостью, должен быть наложен запрет на движение шара относительно плоскости вдоль оси Z . Таким образом, пара 1-го класса является пятиподвижной, т. к. допускает пять относительных движений звеньев, образовавших эту пару. Допустимые относительные движения показаны стрелками рядом с соответствующей осью. Аналогично на рис. 1.2 показана 4-подвижная пара 2-го класса, а на рис. 1.3 — 3-подвижная пара 3-го класса.

В технике наибольшее применение нашли пары 4-го и 5-го классов. Примеры конструктивного исполнения пар 4-го класса показаны на рис. 1.4, а пар 5-го класса — на рис. 1.5. Кинематические пары 5-го класса могут быть вращательными и поступательными, т. е. допускающими либо вращательное, либо поступательное относительное движение звеньев. На кинематических схемах вращательные пары изображаются в соответствии с рис. 1.6, варианты изображения поступательной пары показаны на рис. 1.7. На рисунках цифрами обозначены номера звеньев.

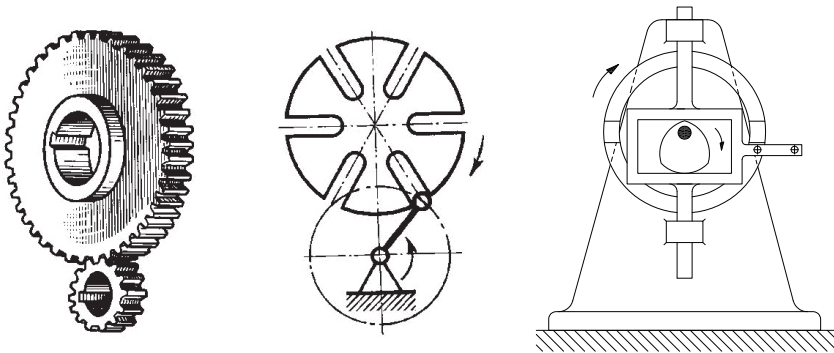


Рис. 1.4. Механизмы с парами 4-го класса

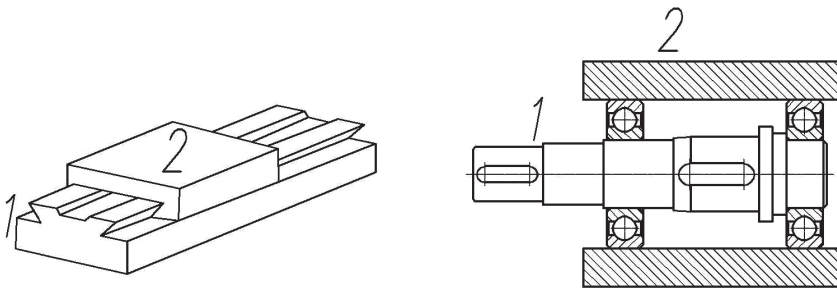


Рис. 1.5. Механизмы с парами 5-го класса

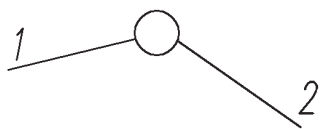


Рис. 1.6. Обозначение вращательных кинематических пар на кинематических схемах

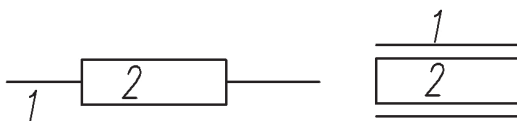


Рис. 1.7. Обозначение поступательных кинематических пар на кинематических схемах

Для целей структурного, кинематического и силового анализа пары 4-го класса часто заменяют кинематическими цепями, содержащими пары только 5-го класса.

Условиями такой замены являются неизменность числа степеней подвижности кинематической цепи и сохранение относительного движения звеньев. Пара 4-го класса заменяется дополнительным звеном и двумя вращательными кинематическими парами, расположенными в центрах кривизны звеньев, образующих пару 4-го класса. Кинематическая цепь до замены и после замены показана на рис. 1.8. Если профиль одного из звеньев плоский, то центр кривизны находится в бесконечности. Такое звено образует поступательную пару с дополнительным звеном. Кинематическая цепь до замены и после замены для этого случая показана на рис. 1.9.

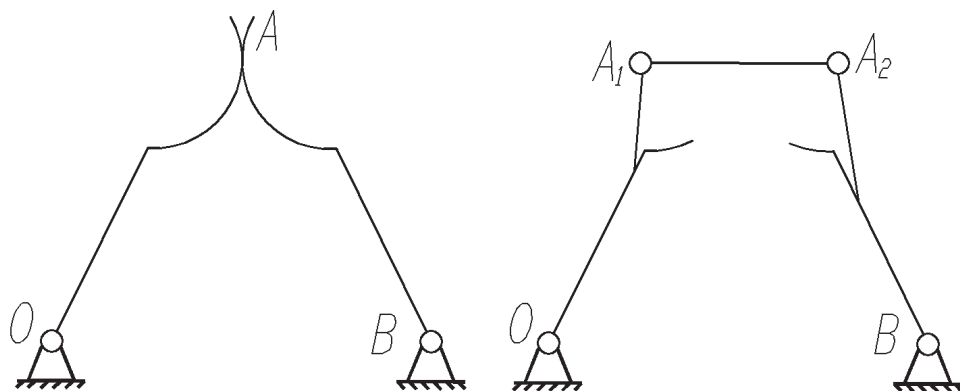


Рис. 1.8. Кинематическая цепь с парой 4-го класса до замены и после замены

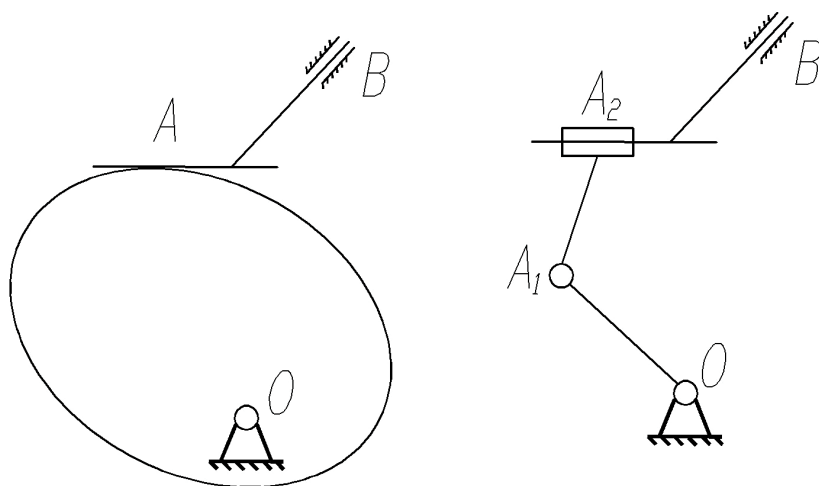


Рис. 1.9. Построение заменяющего механизма, если профиль одного из звеньев, образующих пару 4-го класса, плоский

Система звеньев, образующих между собой кинематические пары, называется кинематической цепью.

Кинематические цепи могут быть замкнутыми и разомкнутыми. У замкнутой цепи нет свободных элементов кинематических пар, а у разомкнутой такие элементы есть. Свободными элементами кинематических пар кинематическая цепь может присоединяться к другим звеньям.

Звено кинематической цепи, относительно которого рассматривается движение остальных звеньев, называют стойкой. Обычно стойка закреплена неподвижно относительно земли. У кинематической цепи может быть только одна стойка. На кинематических схемах для удобства, чтобы не затемнять схему, изображают отдельные участки стойки, не показывая ее конструкции. Для обозначения стойки используют штриховку.

Число степеней подвижности плоской кинематической цепи

Плоскими кинематическими цепями называют такие цепи, у которых звенья движутся в одной плоскости либо в параллельных плоскостях.

Для плоской кинематической цепи число степеней подвижности может быть найдено по формуле

$$W = 3n - 2p_5 - p_4, \quad (1.1)$$

где W — степень подвижности; n — число подвижных звеньев цепи; p_5 — количество одноподвижных кинематических пар пятого класса; p_4 — количество двухподвижных кинематических пар четвертого класса.

Равенство (1.1) называют формулой Чебышева.

У плоской кинематической цепи пары пятого класса — это низшие кинематические пары, а пары четвертого класса — высшие.

Кинематические цепи, имеющие нулевую подвижность, которые нельзя разделить на более простые цепи с нулевой подвижностью, называют группами Ассура.

Контур — это линия, очерчивающая сложное звено или расположение звеньев в кинематической цепи. Количество кинематических пар в контуре определяет класс контура. Наивысший класс контура в группе определяет класс группы.

Группы Ассура, состоящие из двух звеньев, условно называются группами второго класса. Примеры групп третьего и четвертого классов показаны на рис. 1.10 и рис. 1.11.

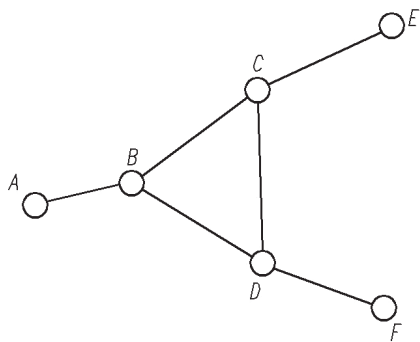


Рис. 1.10. Группа 3-го класса
3-го порядка

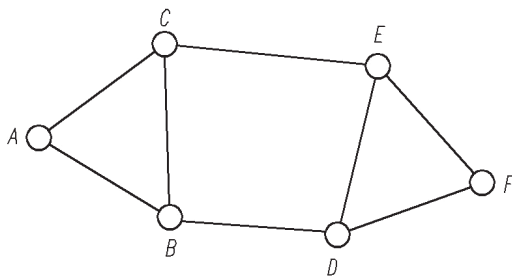


Рис. 1.11. Группа 4-го класса
2-го порядка

Порядок группы равен числу свободных элементов кинематических пар в группе. На рис. 1.10 показана группа третьего порядка, а на рис. 1.11 — группа второго порядка.

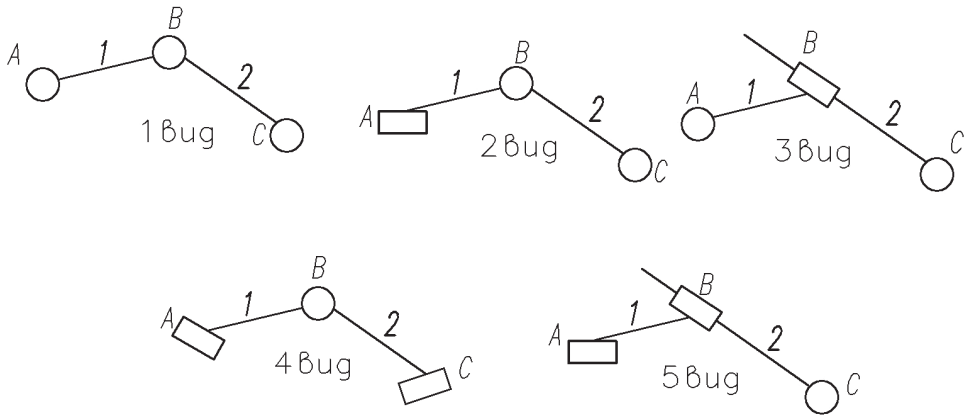


Рис. 1.12. Виды групп Ассура второго порядка

Группы Ассура, состоящие из двух звеньев, различают по видам в зависимости от количества и последовательности образования поступательных пар в цепи. Виды групп Ассура второго порядка показаны на рис. 1.12.

Механизмом называется кинематическая цепь, у которой при заданном одному либо нескольким звеньям законе движения остальные звенья движутся в соответствии с передаточными функциями. Пример механизма толкателя показан на рис. 1.13. При структурном анализе используется не конструктивное исполнение механизма, а его кинематическая схема.

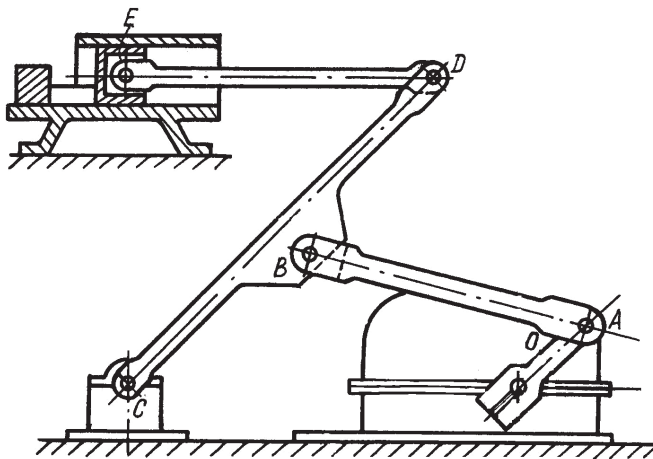


Рис. 1.13. Механизм толкателя

Кинематическая схема механизма, показанного на рис. 1.13, приведена на рис. 1.14.

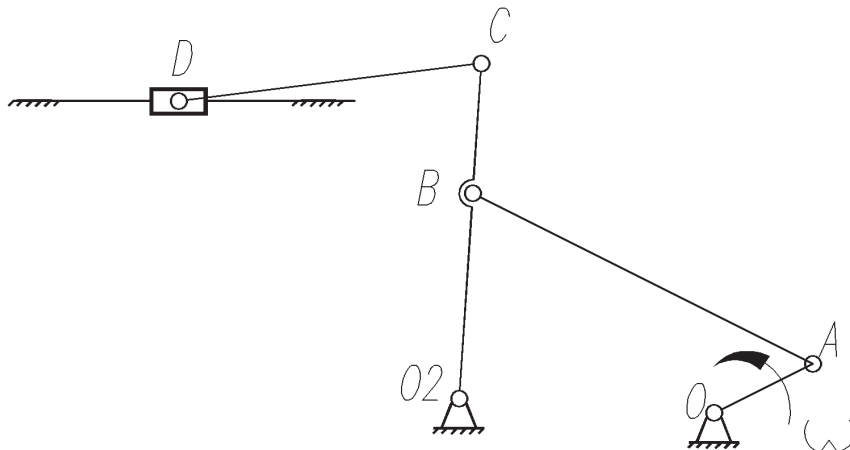


Рис. 1.14. Кинематическая схема механизма толкателя

Закон движения входного (ведущего) звена обозначается стрелкой, которая показывает направление движения звена.

Механизм, изображенный на рис. 1.14, — плоский. У этого механизма звено OA совершает полный оборот вокруг оси O . Звено, совершающее полный оборот вокруг неподвижной оси, называют кривошипом. Если звено совершает возвратно-качательное движение, то оно называется коромыслом. На рис. 1.13 звено CD — коромысло. Звено ED , совершающее сложное движение, называется шатуном, а звено E , совершающее возвратно-поступательное движение, — ползун.

У механизма, показанного на рис. 1.14, все кинематические пары низшие, т. е. все кинематические пары у этого механизма 5-го класса.

В механизмы для увеличения жесткости либо для уменьшения нагрузок в звеньях часто вводят дополнительные звенья, работающие параллельно с основными звеньями и налагающие повторяющиеся или пассивные связи. У механизма на рис. 1.14 пять подвижных звеньев, семь пар пятого класса. Следовательно, у этого механизма одна степень подвижности:

$$W = 3n - 2p_5 - p_4 = 3 \cdot 5 - 2 \cdot 7 = 1.$$

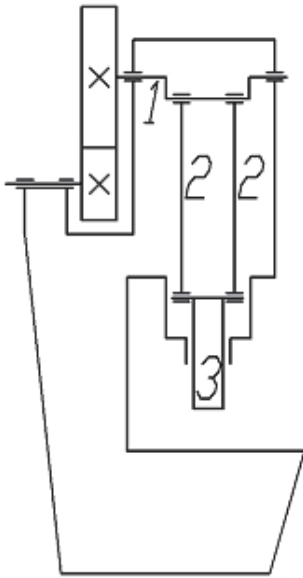


Рис. 1.15. Механизм пресса с пассивными связями

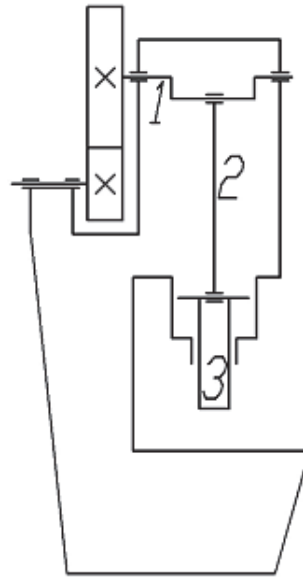


Рис. 1.16. Механизм пресса без пассивных связей

Пример механизма кривошипного пресса с пассивными связями приведен на рис. 1.15. У этого механизма движение от кривошипа 1 к ползуну 3 передается двумя шатунами 2. Это позволяет снизить нагрузки, действующие в шатунах. По формуле Чебышева:

$$W = 3n - 2p_5 - p_4 = 3 \cdot 4 - 2 \cdot 6 = 0.$$

При структурном анализе пассивные связи устраняют. Кинематическая схема механизма кривошипного пресса после устранения пассивных связей показана на рис. 1.16. Степень подвижности в этом случае:

$$W = 3n - 2p_5 - p_4 = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 4 = 1.$$

Последовательность структурного анализа

1. Ознакомиться с конструкцией механизма и работой отдельных его звеньев.

2. В соответствии с конструкцией механизма вычертить его кинематическую схему, используя условные обозначения звеньев и кинематических пар по ГОСТ 2.703–68.

3. Пронумеровать на схеме все звенья и обозначить кинематические пары буквами.

4. На основе анализа механизма определить количество подвижных звеньев, количество кинематических пар и их класс.

5. Определить степень подвижности механизма.

6. При необходимости устранить пассивные условия связи и лишние степени свободы.

7. Если в исследуемом механизме имеются высшие кинематические пары, то для структурного анализа нужно произвести их замену кинематическими цепями с низшими парами.

8. Расчленив кинематическую схему механизма с низшими парами на группы Ассура.

8.1. Первой отсоединить группу, наиболее удаленную от ведущего звена. При этом оставшиеся звенья не должны изменить своего относительного движения. Вначале следует пытаться отсоединить группу второго класса. Если это не удастся, то третьего и т. д.

8.2. Звенья и кинематические пары принимать в расчет только один раз (с оставшейся или отсоединенной частью механизма).

9. Установить класс механизма, равный наивысшему классу группы, входящей в механизм.

10. При необходимости определить количество избыточных связей и вычертить схему рационального механизма без избыточных связей с указанием классов кинематических пар.

2. Кинематический синтез плоских рычажных механизмов

Общие сведения

Под синтезом механизма понимается проектирование кинематической схемы по заданным свойствам механизма. Сначала производится выбор структурной схемы. В задании на проект структурная схема механизма указана.

Для проведения кинематического и силового анализа заданного механизма необходимо знание не только его структурной схемы, но и размеров всех звеньев (точнее — расстояния между осями шарниров). Определение длин звеньев для выбранной структурной схемы механизма по заданным его кинематическим свойствам называется кинематическим синтезом.

Если некоторые длины звеньев в задании не указаны, то их необходимо определить самостоятельно из условий обеспечения основных и дополнительных условий синтеза.

К основным условиям кинематического синтеза относятся обеспечение заданной длины хода ведомого звена, коэффициента изменения средней скорости ведомого звена и т. п.

К дополнительным условиям синтеза можно отнести условие существования кривошипа, а также условие благоприятной передачи сил.

Даже в том случае, если в задании на проект известны длины всех звеньев, необходимо проверить обеспечение дополнительных условий синтеза во всех положениях механизма.

Если какое-либо из этих условий для заданного механизма не удовлетворяется, необходимо изменить длины некоторых подвижных звеньев или расстояний между неподвижными шарнирами и направляю-

щими таким образом, чтобы обеспечить выполнение дополнительных условий синтеза.

Коэффициент изменения средней скорости ведомого звена

Коэффициентом k изменения средней скорости ведомого звена — ползуна B (рис. 2.1) или коромысла BC (рис. 2.2) — называется отношение средней скорости холостого хода $V_{B\text{xx}}$ или $\omega_{BC\text{xx}}$ к средней скорости рабочего хода $V_{B\text{px}}$ или $\omega_{BC\text{px}}$. На рис. 2.1, 2.2 рабочий ход происходит при перемещении точки B из положения B_1 в положение B_2 .

Для кривошипно-ползунного механизма (рис. 2.1)

$$k = \frac{V_{B\text{xx}}}{V_{B\text{px}}} = \frac{S/t_{\text{xx}}}{S/t_{\text{px}}} = \frac{t_{\text{px}}}{t_{\text{xx}}} = \frac{\pi + \theta}{\pi - \theta},$$

где t_{px} — время рабочего хода: $t_{\text{px}} = \frac{\pi + \theta}{\omega_{OA}}$; t_{xx} — время холостого хода:

$$t_{\text{xx}} = \frac{\pi - \theta}{\omega_{OA}}; \theta — \text{угол между положениями шатуна } AB \text{ в начале и в конце рабочего хода.}$$

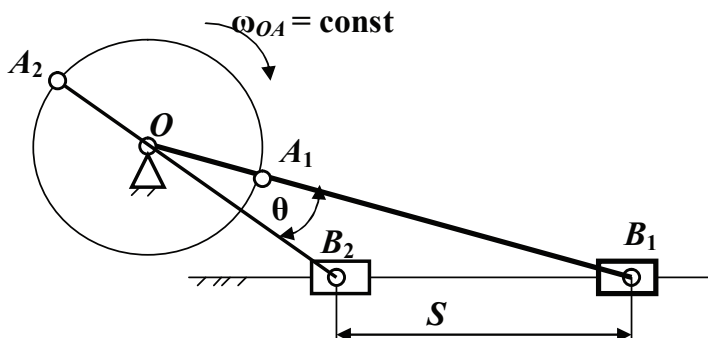


Рис. 2.1. Крайние положения ползуна B кривошипно-ползунного механизма

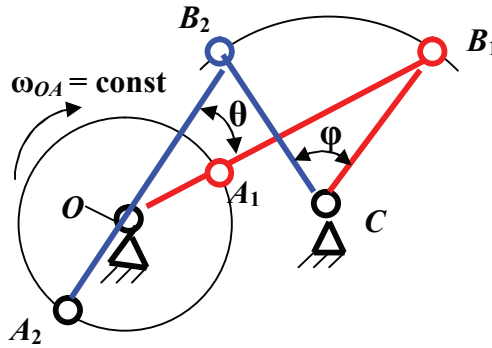


Рис. 2.2. Крайние положения коромысла BC шарнирного четырехзвенника

Для механизма шарнирного четырехзвенника (рис. 2.2)

$$k = \frac{\omega_{BC_{xx}}}{\omega_{BC_{px}}} = \frac{\varphi / t_{xx}}{\varphi / t_{px}} = \frac{t_{px}}{t_{xx}} = \frac{\pi + \theta}{\pi - \theta}.$$

Дополнительные условия синтеза механизмов

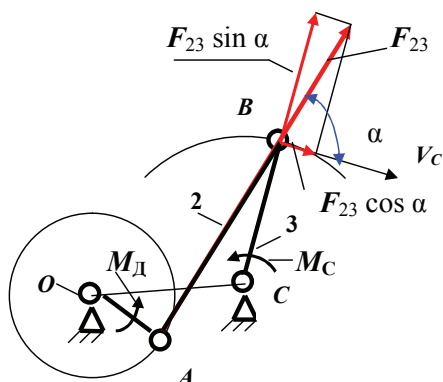
Условие передачи сил в машинах

Качество передачи сил в машинах принято характеризовать углом давления α , определенным без учета сил тяжести звеньев и сил инерции.

Угол давления α — это острый угол между вектором силы, действующей на ведомое звено со стороны смежного с ним подвижного звена, и вектором абсолютной скорости точки приложения этой силы.

На стадии метрического синтеза ограничивают предельно допустимый угол давления $[\alpha_{\max}]$, как правило, $[\alpha_{\max}] \leq 30^\circ$ для поступательно движущегося ведомого звена, $[\alpha_{\max}] \leq 40...45^\circ$ для вращающегося ведомого звена.

Рассмотрим условие передачи сил в шарнирном четырехзвеннике, находящемся в равновесии под действием момента движущего M_d и момента сопротивления M_c (рис. 2.3). Угол давления α характеризует соотношение между полезной силой сопротивления $F_{23} \cos \alpha$, преодолевающей момент сопротивления M_c , и силой F_{23} , равной $F_{23} = M_c / (l_{BC} \cos \alpha)$.

Рис. 2.3. Угол давления α в шарнирном четырехзвеннике

С увеличением угла давления необходимо прикладывать большую силу F_{23} для преодоления одного и того же момента сопротивления. Это ведет к увеличению реакций в кинематических парах и снижению КПД механизма.

При движении механизма угол давления меняется. Экстремальных значений этот угол в шарнирном четырехзвеннике достигает в положениях, когда кривошип OA располагается на одной прямой со стойкой OC (рис. 2.4).

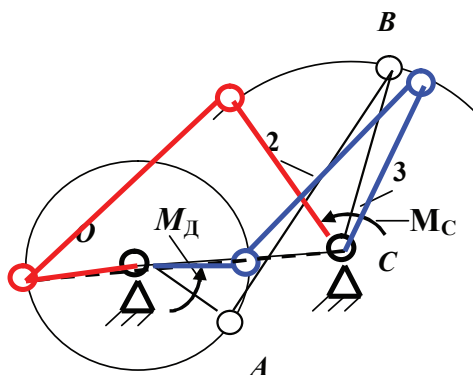


Рис. 2.4. Положения шарнирного четырехзвенника, при которых углы давления имеют экстремальные значения

В кривошипно-ползунном механизме угол давления приобретает экстремальные значения в положениях, указанных на рис. 2.5, когда кривошип OA перпендикулярен траектории движения ползуна B .

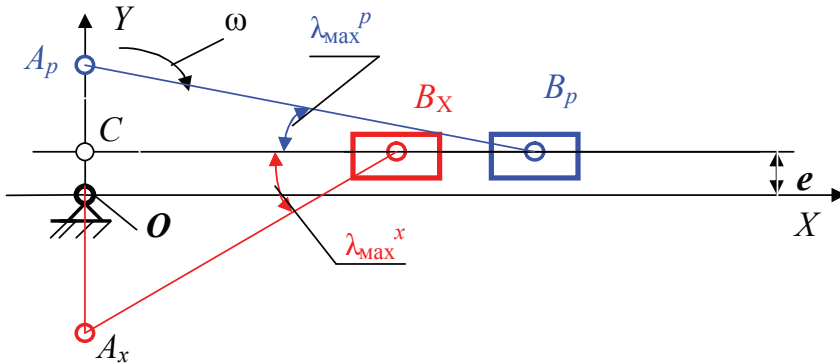


Рис. 2.5. Положения кривошипно-ползунного механизма, при которых углы давления имеют экстремальные значения

Условие существования кривошипа в механизме шарнирного четырехзвенника

Создаваемый четырехзвенный механизм должен иметь звено, которое, входя во вращательную пару со стойкой, совершало бы полный оборот, т. е. было бы кривошипом. Определим условие существования такого звена.

Шарнирный четырехзвенник в общем случае имеет различные длины звеньев:

$$l_{OA} = a, l_{OC} = b, l_{CB} = c, l_{AB} = d, \quad a < b < c < d.$$

Изобразим этот механизм в двух крайних положениях (рис. 2.6).

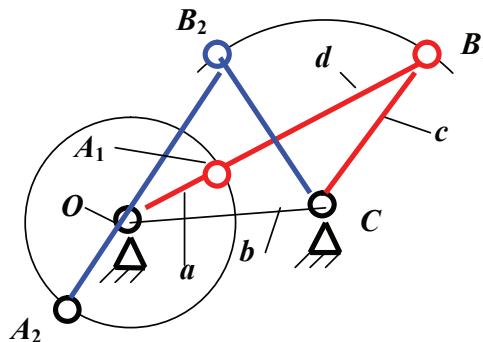


Рис. 2.6. Условие существования кривошипа в шарнирном четырехзвеннике

Если механизм может занимать эти два положения, то при вращении звена a он займет и любое промежуточное положение. Следовательно, звено a сделает в этом случае полный оборот и будет кривошипом. Таким образом, существование кривошипа определяется $\triangle OB_1C$ и $\triangle OB_2C$. Из $\triangle OB_1C$ имеем $OB_1 < B_1C + OC$ или $a + d < b + c$. Из $\triangle OB_2C$ имеем $OB_2 < OC - B_2C$ или $d - a < b + c$, откуда $d < b + c + a$.

Во втором неравенстве сумма величин $(a + c + b)$ всегда больше d . Поэтому оно не служит критерием существования кривошипа.

Таким образом, только первое неравенство является условием существования кривошипа в четырехзвенном механизме.

Следовательно, в шарнирном четырехзвеннике имеется кривошип, если сумма длин наименьшего и наибольшего звеньев меньше суммы двух других звеньев.

Примеры кинематического синтеза конкретных механизмов

Синтез шарнирного четырехзвенника

Пример 1. Дано: длина коромысла BC ; углы наклона коромысла к горизонту — ψ_1 и ψ_2 ; k — коэффициент изменения средней скорости коромысла.

Требуется определить: длину кривошипа AB , длину шатуна BC и положение центра A вращения кривошипа AB относительно точки D .

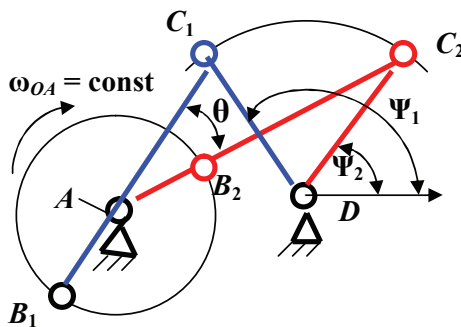


Рис. 2.7. Схема механизма в положениях, соответствующих значениям заданных углов ψ

Решение. Введем обозначения: l_1 — длина кривошипа AB , l_2 — длина шатуна BC (рис. 2.7); l_3 — длина коромысла DC ; l_4 — расстояние между опорами (длина стойки AD).

Задав углы ψ_1 и ψ_2 , а также коэффициент k , изобразим два крайних положения коромысла CD (рис. 2.8).

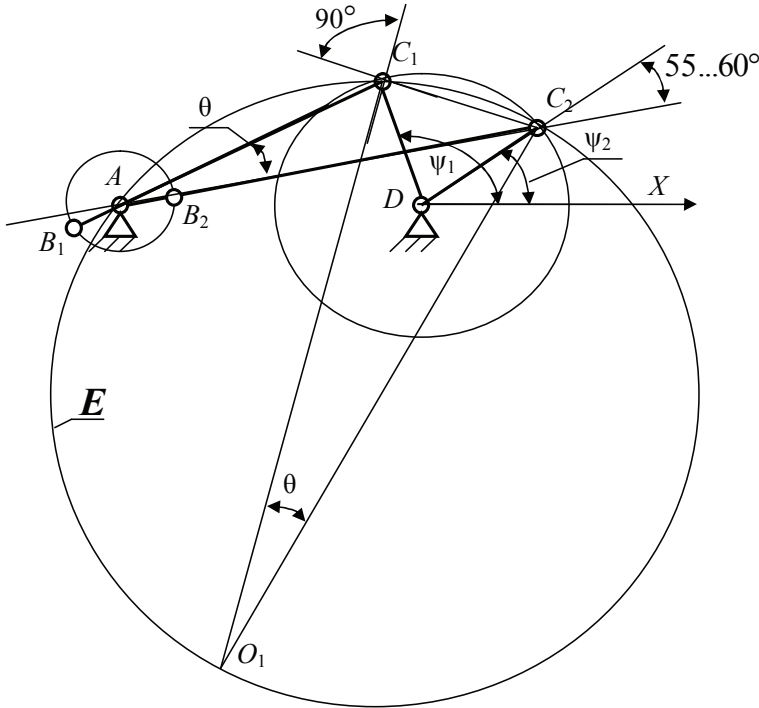


Рис. 2.8. Синтез шарнирного четырехзвенника по коэффициенту изменения средней скорости k и двум крайним положениям коромысла

Точки C_1 и C_2 соединим прямой. Вычислим угол θ между крайними положениями шатуна BC в начале и в конце рабочего хода:

$$\theta = 180^\circ (k - 1)/(k + 1).$$

При точке C_2 построим угол $\gamma = 90^\circ - \theta$, а из точки C_1 опустим перпендикуляр к линии $C_1 C_2$ до пересечения с линией, проведенной из точки C_2 и образующей угол γ . Точку пересечения названных линий обозначим O .

Очевидно, что в прямоугольном треугольнике $O_1 C_1 C_2$ угол $C_1 O_1 C_2 = \theta$. По трем точкам O_1 , C_1 и C_2 опишем окружность E . Вписанный угол с вершиной в точке O_1 опирается на дугу $C_1 C_2$ и равен углу θ , так же как и все вписанные углы, опирающиеся на эту же дугу. Из точки C_2 про-

ведем к коромыслу C_2D луч под углом $\angle DC_2A = 55...60^\circ$ до пересечения его с окружностью E в точке A .

Соединим точку A прямыми отрезками с точками C_1 и C_2 . В результате, расположив опору кривошипа в точке A , получим схему четырехзвенного механизма в крайних положениях (см. рис. 2.1).

Из рисунка следует:

$$AC_1 = B_1C_1 - AB_1 = l_2 - l_1; AC_2 = B_2C_2 - AB_2 = l_2 + l_1.$$

Откуда $l_1 = 0,5 (AC_2 - AC_1) \mu/2$; $l_2 = AC_2 - l_1$. Длина стойки $AD = l_4$ определится положением точки A .

Синтез кривошипно-ползунного механизма

Примем следующие условные обозначения (рис. 2.9):

r — длина кривошипа OA ;

S — ход ползуна;

l — длина шатуна AB ;

e — дезаксиал, т. е. смещение траектории точки B ползуна относительно оси Ox ;

$L = l/r$ — относительная длина шатуна;

$v = e/r$ — относительный дезаксиал;

$h = S/r$ — относительный ход ползуна;

α_{\max} — максимальный угол давления (для кривошипно-ползунных механизмов при рабочем ходе $\alpha_{\max} = 30^\circ$).

k — коэффициент изменения средней скорости ползуна;

ψ_1 и ψ_2 — острые углы, образованные кривошипом OA с направлением Ox в крайних положениях ползуна;

$\varphi_1 = \angle B_1Ox$, $\varphi_2 = \angle B_2Ox$;

$\theta = \psi_2 - \psi_1$ — острый угол между шатунами в крайних положениях ползуна.

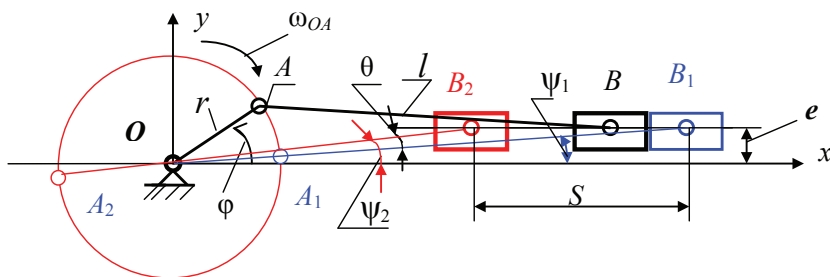


Рис. 2.9. Схема кривошипно-ползунного механизма

Пример 2. Дано: ход ползуна — S , дезаксиал — e , относительная длина шатуна — $L = l/r$ (рис. 2.9).

Требуется определить: длину r кривошипа OA ; длину l шатуна AB ; наибольшее значение угла давления $|\alpha_{\max}|$.

Решение:

$$h = \frac{(L^2 - 1)(S/e)^2}{2} - \left\{ \frac{(L^2 - 1)^2(S/e)^4}{4} - 2(L^2 - 1)(S/e)^2 \right\}^{0,5}.$$

Длина кривошипа OA : $r = S/h$. Длина шатуна AB : $l = L/r$.

Наибольшее значение угла давления $|\alpha_{\max}| = \arcsin [(1 + v)/L]$.

Пример 3. Дано: ход ползуна — S , коэффициент изменения средней скорости ползуна — k , относительная длина шатуна — $L = l/r$ (см. рис. 2.9).

Требуется определить: длину r кривошипа OA ; длину l шатуна AB ; дезаксиал e ; наибольшее значение угла давления $|\alpha_{\max}|$.

Решение:

Острый угол между шатунами в крайних положениях ползуна

$$\theta = 180^\circ (k - 1)/(k + 1).$$

Относительный ход ползуна найдем из выражения

$$h = \{2 [1 + L^2 - (L^2 - 1)\cos \theta]\}^{0,5}.$$

Относительный дезаксиал найдем из выражения

$$v = [(h - 2) \cdot (L^2 - 1)]^{0,5}.$$

Длина кривошипа $r = S/h$; длина шатуна $l = L/r$; дезаксиал $e = v r$. Наибольшее значение угла давления $|\alpha_{\max}| = \arcsin [(1 + v)/L]$.

Синтез кривошипно-кулисного механизма

Пример 4. Дано: коэффициент изменения скорости хода k и расстояние S между двумя крайними положениями точки B кулисы BC .

Требуется определить: длину кулисы BC , длину кривошипа OA и расстояние OC .

Решение. Рассмотрим кривошипно-кулисный механизм в двух крайних положениях (рис. 2.10).

Острый угол между кривошипом OA_2 и продолжением кривошипа в положении $A_1 O$ равен $\theta = 180^\circ (k - 1)/(k + 1)$. Углы $B_1 C B_2$ и θ будут равны между собой, как углы с взаимно перпендикулярными сторонами.

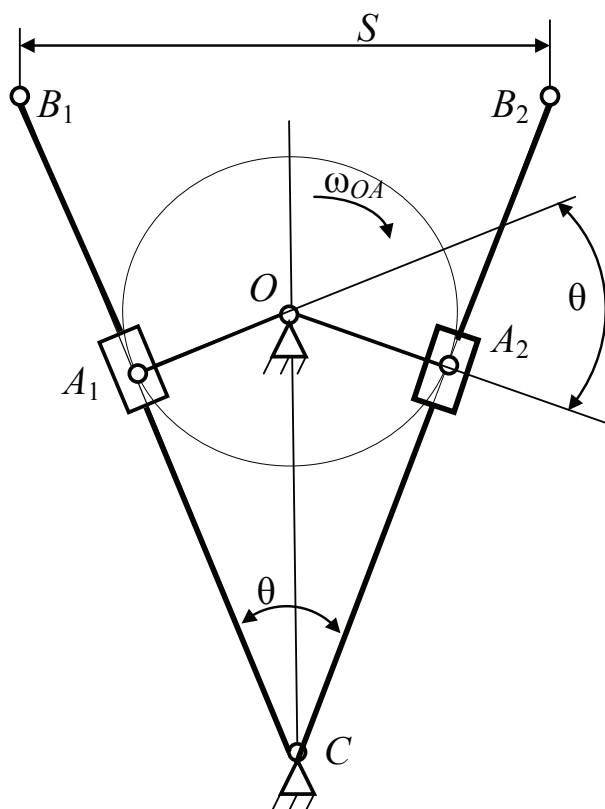


Рис. 2.10. Кривошипно-кулисный механизм

Построение кулисного механизма по заданным условиям происходит следующим образом. Точки B_1 и B_2 , положение которых задано, соединим прямой.

На прямой $B_1 B_2$ строим равнобедренный треугольник с углом при вершине C , равным углу θ . На прямой, делящей угол θ пополам в произвольной точке, выбираем точку O , вокруг которой вращается кривошип OA . Опустив из точки O перпендикуляр на прямую $B_1 C$, найдем длину кривошипа OA .

С увеличением длины OC давление в кинематических парах O , A и C уменьшается. Поэтому желательно иметь такую длину кривошипа OA , чтобы траектория точки A возможно ближе подходила к прямой $B_1 B_2$. Учитывая размеры ползуна, рекомендуется, чтобы кратчайшее расстояние между прямой $B_1 B_2$ и траекторией точки A было равно 50...80 мм.

Синтез коромыслово-ползунного механизма

Пример 5. Дано: коромыслово-ползунный механизм с ползуном B (рис. 2.11), ход ползуна — S ; угол поворота коромысла θ ; наибольшее значение угла давления $|\alpha_{\max}|$.

Требуется определить: длину коромысла OA ; длину шатуна AB и де-заксиал e .

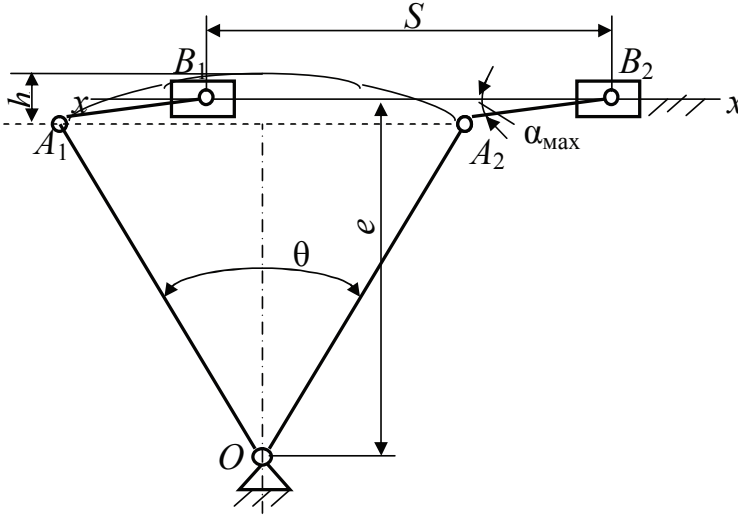


Рис. 2.11. Коромыслово-ползунный механизм

Решение. Строим схему механизма в крайних положениях ползуна B (рис. 2.11).

Если сопротивление при рабочем ходе постоянное (строгальные и долбежные станки), то обычно размеры звеньев определяют из условия, чтобы средние значения углов давления α были минимальными. Для этого направляющая $x-x$ должна делить высоту сегмента h пополам. Тогда

$$OA = \frac{S}{2\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)},$$

$$h = AB \left[1 - \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \right].$$

Дезаксиал e определяется по формуле $e = AB - 0,5h$. Длина шатуна $AB = h / (2 \sin \alpha_{\max})$.

Пример 6. Дано: коромыслово-ползунный механизм с ползунами A и B (рис. 2.12), ход ползуна — $B-S$; угол поворота коромысла θ , наибольшее значение угла давления $|\alpha_{\max}|$.

Требуется определить: длину коромысла OA и дезаксиал e .

Решение. Строим схему механизма в крайних положениях ползуна B (рис. 2.12).

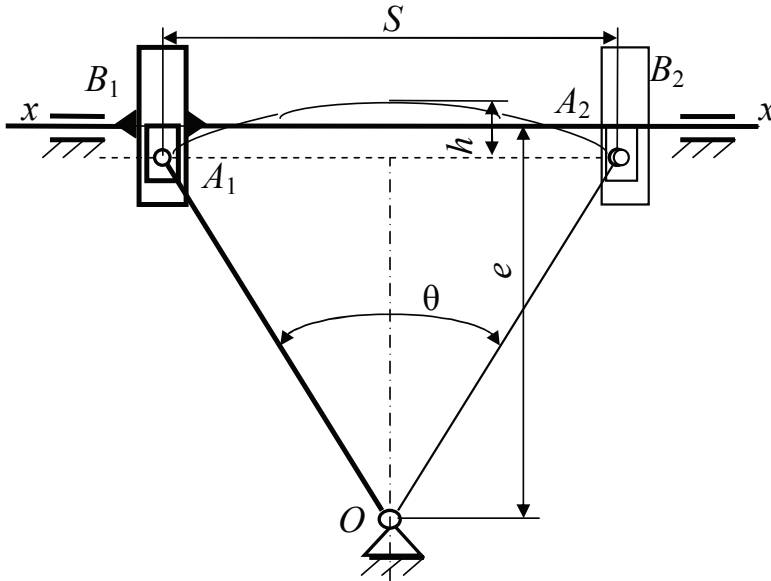


Рис. 2.12. Коромыслово-ползунный механизм с двумя ползунами

Для обеспечения меньших изгибающих моментов в ползуне B желательно, чтобы направляющая $x-x$ делила высоту сегмента h пополам. Тогда

$$OA = \frac{S}{2 \sin \left(\frac{\theta}{2} \right)},$$

$$h = AB \left[1 - \cos \left(\frac{\theta}{2} \right) \right].$$

Дезаксиал e определяется по формуле $e = AB - 0,5h$.

Синтез механизма с длительной остановкой ведомого звена

Механизм с длительной остановкой ведомого звена в крайнем положении показан на рис. 2.13. Требуется приблизительно обеспечить остановку ведомого звена FD при непрерывно вращающемся кривошипе OA .

Решение. Сначала создаем шарнирный четырехзвенник, у которого часть траектории точки M шатуна ABM приблизительно представляет собой окружность с центром в точке D . Затем к шарнирному четырехзвеннику $OABM$ присоединим двухповодковую группу MDF , причем длина звена MD равна радиусу окружности, приближающейся к траектории точки M на некотором участке.

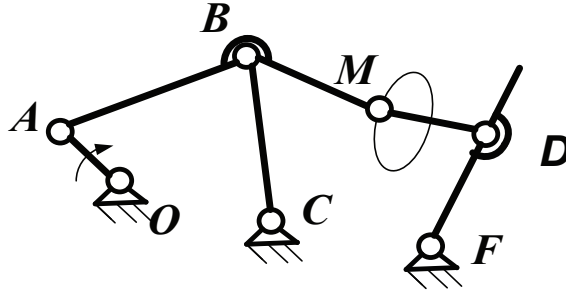


Рис. 2.13. Механизм с длительной остановкой ведомого звена

Центр вращательной пары D выбран так, что в крайнем правом положении звена DF точка D совпадает с центром дуги на траектории точки M , в результате чего звено DF неподвижно в течение некоторого времени.

3. Кинематический анализ рычажных механизмов

Кинематическое исследование состоит в изучении движения звеньев механизма с геометрической точки зрения, т. е. без учета их инертности (массы) и действующих на них сил.

При анализе решаются три основные задачи: определение положений звеньев и траекторий, описываемых отдельными точками звеньев; определение линейных скоростей отдельных точек и угловых скоростей звеньев; определение линейных ускорений отдельных точек и угловых ускорений звеньев. Здесь считаются известными (заданными) кинематическая схема механизма, размеры звеньев и законы движения начальных звеньев.

Ниже рассмотрены основные графические методы кинематического анализа: метод планов положений, метод кинематических диаграмм, метод планов скоростей и планов ускорений.

Задача о положениях звеньев

Графическое изображение взаимного расположения звеньев, соответствующее выбранному моменту времени, выполняется в определенном масштабе и называется кинематической схемой. Ряд следующих друг за другом схем позволяет наглядно проследить за движением звеньев и перемещением точек по траекториям.

Построение планов положений

Построение плана механизма необходимо начинать с изображения по заданным координатам неподвижных относительно стойки элементов звеньев и направляющих. Затем изображают начальное звено в заданном положении. После этого определяют положения центров шарниров групп Ассура. В группах Ассура второго класса положения

этих точек определяются методом засечек. Для определения траектории какой-либо точки необходимо построить несколько последовательных планов механизма, определить положение этой точки на каждом из планов и соединить их плавной кривой.

Рассмотрим построение планов положений на примере кривошипно-ползунного механизма, кинематическая схема которого изображена на рис. 3.1.

Кривошип OA вращается равномерно, следовательно, в равные промежутки времени палец кривошипа A проходит одинаковые участки пути. Делим траекторию пальца кривошипа, представляющую окружность, на двенадцать равных частей, обозначив начальное положение, при котором кривошип и шатун располагаются по одной прямой линии, через A_0 .

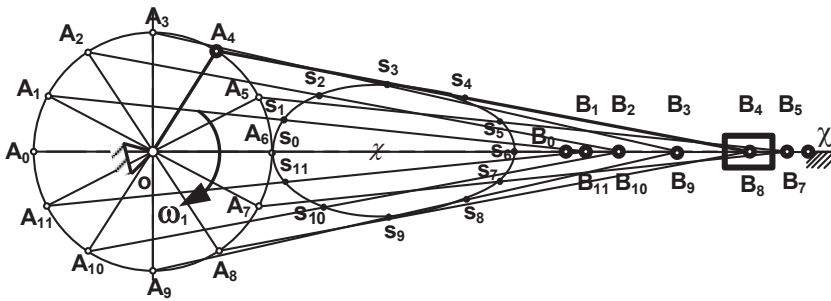


Рис. 3.1. План положений кривошипно-ползунного механизма

Траекторией точки B ползуна является прямая $\chi-\chi$. Находим последовательные положения точки B , соответствующие положениям ведущей точки A . Длина шатуна остается неизменной в течение всего движения. Поэтому для нахождения соответствующего положения точки B_i делаем засечку на траектории $\chi-\chi$ радиусом AB , поставив ножку циркуля в соответствующую точку A_i . Построение производим в масштабе.

Масштабный коэффициент μ_s — это отношение действительного значения физической величины к длине отрезка (в миллиметрах), который изображает эту величину на чертеже. Масштабный коэффициент планов механизма

$$\mu_s = l_{OA} / (OA),$$

где l_{OA} — истинная длина кривошипа; OA — отрезок, изображающий кривошип на плане (см. рис. 3.1).

Соединив плавной кривой точки S_i , обозначающие центры тяжести последовательных положений шатуна, получим траекторию его центра тяжести, которая относится к семейству шатунных кривых. Точно так же можно построить траекторию любой точки любого звена рычажного механизма.

Метод кинематических диаграмм или метод графического дифференцирования

Графические зависимости «перемещение — время», «скорость — время», «ускорение — время» принято называть кинематическими диаграммами. Кинематическая диаграмма дает наглядное графическое изображение изменения одного из кинематических параметров движения в зависимости от другого. Рассмотрим построение диаграммы $S_B = S_B(t)$ «перемещение — время» (рис. 3.2) для ползуна кривошипно-ползунного механизма, изображенного на рис. 3.1.

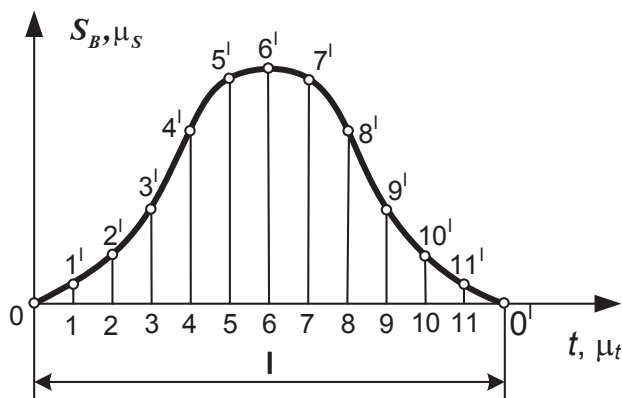


Рис. 3.2. Диаграмма перемещений ползуна кривошипно-ползунного механизма

Кривошип вращается равномерно, следовательно, ведущая точка A — палец кривошипа — в одинаковые промежутки времени проходит одинаковые участки пути. Строим две оси координат (рис. 3.2) и на оси абсцисс откладываем отрезок l в миллиметрах, изображающий время одного полного оборота кривошипа (одного цикла) T в масштабе μ_t .

Отрезок l разбиваем на 12 равных частей и в точках 1, 2, 3, ..., 11 откладываем параллельно оси ординат расстояния, равные перемещениям точки B от крайнего левого положения B_0 ползуна в масштабе перемещений μ_s . Если отрезки $1-1' = B_0B_1$; $2-2' = B_0B_2$ и т. д., то линейные масштабные коэффициенты плана механизма и диаграммы перемещений будут одинаковы.

Кривая, плавно соединяющая полученные точки $0, 1', 2', \dots, 0'$, представляет собой диаграмму перемещений, т. е. расстояний точки B ползуна, измеренных от левого крайнего положения $S_B = S_B(t)$.

Время полного оборота кривошипа $T = 60/n$ [с], где n — частота вращения кривошипа, об/мин.

Время T соответствует длине отрезка l , отложенного по оси абсцисс на рис. 3.2. Масштабный коэффициент времени μ_t , с/мм, в этой диаграмме будет равен

$$\mu_t = T/l.$$

Метод кинематических диаграмм применяется при анализе и синтезе механизмов в тех случаях, когда задан какой-либо закон движения точки или звена механизма в виде графической зависимости в функции времени.

Обычно при построении кинематических диаграмм используют метод хорд, заменяя заданную кривую графиком в виде ломаной линии. Изобразим диаграмму «перемещение — время» для точки, движущейся прямолинейно (рис. 3.3).

Для этого строим две координатные оси и разбиваем ось времени на ряд одинаковых отрезков. Точки a, b, c и т. д., обозначающие соответствующие перемещения, соединяем ломаной линией. Под диаграммой $S = S(t)$ строим прямоугольную систему координат, и ось времени разбиваем на такие же отрезки, что и на графике перемещения.

От начала координат влево откладываем отрезок H и обозначаем полюс P . Из полюса P проводим прямые $Pa' \parallel ab$; $Pb' \parallel bc$; $Pc' \parallel cd$ и т. д. Сносим полученные точки b', c', d' и т. д. на соответствующие участки времени 01, 12, 23 и т. д. и получаем ступенчатый график скорости. В середине каждого отрезка помечаем точки a_1, b_1, c_1 и т. д. и соединяем их плавной кривой.

Средняя скорость на участке времени 01 (рис. 3.3, а)

$$V_{01} = \hat{\Delta S}_{\mu_s} / [(01) \cdot \mu_t] = (\operatorname{tg} \alpha) \cdot \mu_s / \mu_t. \quad (3.1)$$

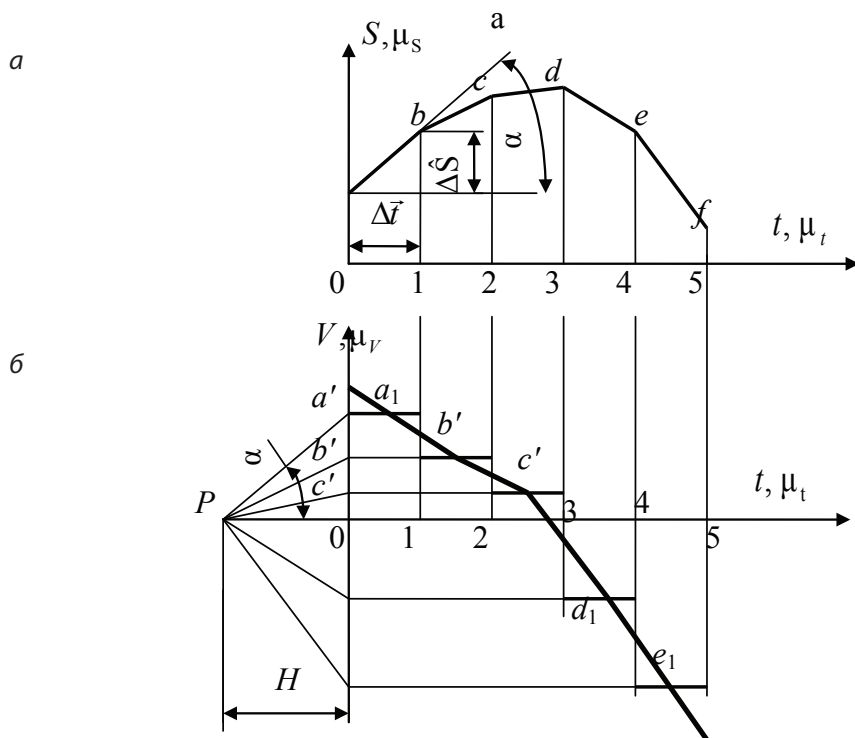


Рис. 3.3. Графическое дифференцирование методом хорд:

a — диаграмма перемещений; b — диаграмма скоростей

Ордината $0 a'$, полученная на графике скоростей (рис. 3.3, б), равна $0 a' = H t g \alpha$. Таким образом, ордината $0 a'$, как и скорость, пропорциональна тангенсу наклона хорды ломаной кривой $s = s(t)$, следовательно, она представляет собой среднюю скорость точки, движущейся прямолинейно в каком-то масштабе μ_v , который можно определить следующим образом.

Из рис. 3.3, б имеем

$$V_{01} = 0 a' \mu_v = (H t g \alpha) \mu_v. \quad (3.2)$$

Приравнявая правые части зависимостей (3.1) и (3.2), после преобразования получим формулу для определения масштаба скорости при графическом дифференцировании:

$$\mu_v = \mu_s / (\mu_t H).$$

Скорость рассматриваемого звена в положениях 0, 1, 2 и т. д. определяется по формулам:

$$V_1 = (0a')\mu_V; V_1 = (1b')\mu_V; V_2 = (2c')\mu_V \text{ и т. д.,}$$

где $(0a')$, $(1b')$, $(2c')$ — расстояния от оси абсцисс на рис. 3.3, б до кривой графика скоростей, измеренное в миллиметрах, соответственно для моментов времени 0, 1, 2.

Графическое интегрирование осуществляется как действие, обратное графическому дифференцированию. Рассмотрим применение метода графического интегрирования на конкретном примере.

Дано: графическая зависимость « $M - \varphi$ » момента силы от угла поворота звена приложения этого момента (рис. 3.4). Угол φ задан в радианах, как и масштабные коэффициенты μ_M , H , м/мм, и μ_φ , рад/мм.

Требуется: построить график « $A - \varphi$ » работы этого момента.

$$A = \int M d\varphi.$$

Ось абсцисс разбивается на некоторое число шагов — 1, 2, 3 и т. д. В пределах каждого шага интегрируемую функцию считают постоянной. Осреднение производят по равенству площадей трапеции и заштрихованного прямоугольника для каждого шага.

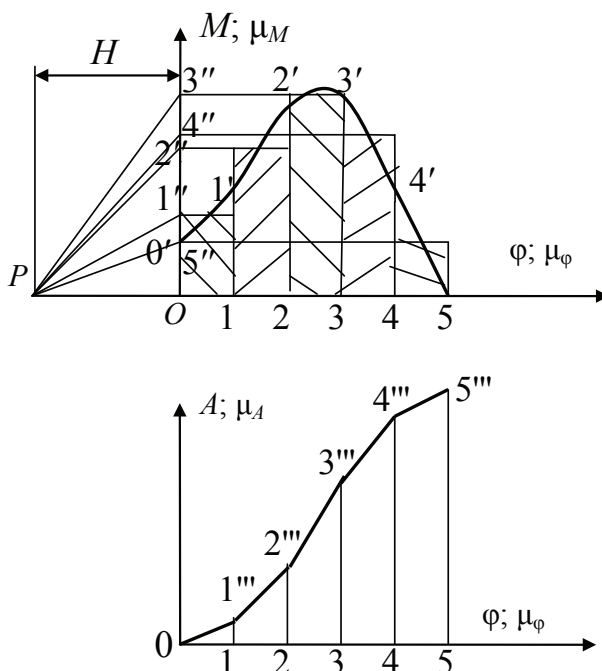


Рис. 3.4. Графическое интегрирование

Среднее значение ординаты на каждом шаге проецируют на ось ординат и полученные точки $1''$, $2''$, $3''$, ... соединяют прямыми с полюсом P , расположенным на оси абсцисс слева от начала координат на полюсном расстоянии H .

Для построения искомой интегральной кривой строят ломаную кривую, ординаты которой получают следующим образом: на первом шаге $0-1$ проводят из начала координат отрезок $01'''$ параллельно прямой $P1''$. Из правого конца этого отрезка на втором шаге $1-2$ проводят отрезок $1''2'''$ параллельно прямой $P2''$ и т. д. Масштабный коэффициент построенного графика $\mu_A = H \mu_\phi \mu_M$.

Метод планов скоростей и ускорений

Наглядное представление о величинах и направлениях скоростей и ускорений отдельных точек механизма дают планы скоростей и ускорений.

Планом скоростей (ускорений) звена называют графическое построение векторных уравнений скоростей (ускорений) точек звеньев.

При построении планов скоростей и ускорений удобно использовать *принцип подобия*.

Принцип подобия для планов скоростей и ускорений точек жесткого звена: относительные скорости (полные относительные ускорения) точек жесткого звена образуют на плане скоростей (ускорений) фигуру, подобную жесткому звену с одинаковым порядком расположения вершин при одинаковом направлении их обхода.

Планы скоростей и ускорений для групп Ассура 2-го класса

Пример 1. Планы скоростей и ускорений для группы Ассура 2-го класса 1-го вида

Дано: длины l_{AB} , l_{BC} звеньев AB и BC и их взаимное расположение. Скорости \vec{V}_A , \vec{V}_C и ускорения \vec{a}_A , \vec{a}_C свободных элементов кинематических пар (рис. 3.5).

Требуется определить: скорость и ускорение точки C , угловые скорости ω_{AB} , ω_{BC} и угловые ускорения ϵ_{AB} , ϵ_{BC} звеньев.

Решение. Построение плана скоростей (рис. 3.6) начинаем с точки P_V — полюса плана скоростей. Из этой точки начинаются графические

изображения векторов всех абсолютных скоростей механизма. Из полюса P_V откладываем в направлении \vec{V}_A вектор $P_V a$. Находим масштаб плана скоростей, $\mu_V = V_A / P_V a$. В том же масштабе изобразим вектор \vec{V}_C отрезком $P_V c$.

Затем определяем скорость V_B точки B в соответствии с векторными уравнениями

$$\vec{V}_B = \vec{V}_A + \vec{V}_{BA}; \quad \vec{V}_B = \vec{V}_C + \vec{V}_{BC}.$$

Здесь $\vec{V}_{BA} \perp AB$ и $\vec{V}_{BC} \perp CB$. Строим эти уравнения на плане скоростей. Через точку a проводим прямую $\perp AB$ — направление вектора \vec{V}_{BA} . Затем от точки P_V проводим прямую $\perp BC$ — направление вектора \vec{V}_{BC} , пересечение прямых $\perp AB$ и $\perp BC$ даст точку b — конец скорости \vec{V}_B . Соединив точку b с полюсом P_V , получим графическое изображение вектора \vec{V}_B .

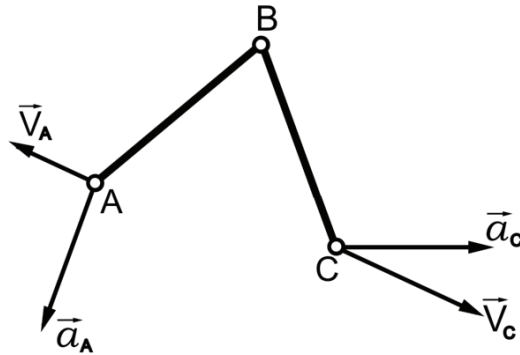


Рис. 3.5. Группа Ассура 2-го класса 1-го вида

Численное значение скорости точки B : $V_B = P_V b \mu_V$.

Угловая скорость звена AB : $\omega_{AB} = \frac{V_{BA}}{l_{AB}} = \frac{(ab)\mu_V}{l_{AB}}$.

Угловая скорость звена BC : $\omega_{BC} = \frac{V_{BC}}{l_{BC}} = \frac{(cb)\mu_V}{l_{BC}}$.

Определение ускорений

На плане ускорений из полюса P_a откладываем в масштабе μ_a векторы \vec{a}_A и \vec{a}_C . Эти векторы соответственно обозначены векторами $P_a a'$ и $P_a c'$ (рис. 3.7).

Для определения ускорений точки B составляем уравнения:

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA}^n + \vec{a}_{BA}^\tau, \text{ где } a_{BA}^n = \omega_{AB}^2 l_{AB}; \vec{a}_{BA}^n \parallel AB; \vec{a}_{BA}^\tau \perp AB.$$

$$\vec{a}_B = \vec{a}_C + \vec{a}_{BC}^n + \vec{a}_{BC}^\tau, \text{ где } \vec{a}_C = 0; a_{BC}^n = \omega_{BC}^2 l_{BC}; \vec{a}_{BC}^n \parallel BC; \vec{a}_{BC}^\tau \perp BC.$$

На плане ускорений строим уравнение верхней строки. От точки a' в масштабе μ_a откладываем отрезок $a'n_{BA} \parallel AB$, равный a_{BA}^n/μ_a и изображающий вектор нормального ускорения \vec{a}_{BA}^n точки B относительно точки A . Далее из точки n_{BA} проводим прямую $\perp AB$ — направление вектора тангенциального ускорения \vec{a}_{BA}^τ .

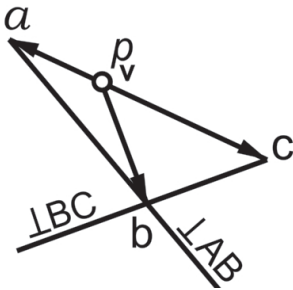


Рис. 3.6. План скоростей в масштабе μ_v

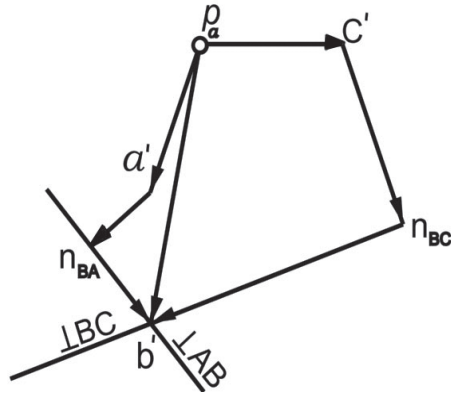


Рис. 3.7. План ускорений в масштабе μ_a

Строим так же уравнение нижней строки. От точки P_a откладываем отрезок $c'n_{BC} \parallel BC$, равный изображению \vec{a}_{BC}^n . Затем из точки n_{BC} проводим прямую $\perp BC$ — направление \vec{a}_{BC}^τ . Точка b' пересечения прямых, направленных $\perp AB$ и $\perp BC$, является концом вектора ускорения \vec{a}_B . Соединив точки b' и P_a , получим $P_a b$ — графическое изображение вектора \vec{a}_B . Полные относительные ускорения \vec{a}_{BA} и \vec{a}_{BC} в масштабе μ_a определяются соответственно отрезками $a'b'$ и $c'b'$.

Модуль ускорения точки B : $a_B = (P_a b) \cdot \mu_a$.

$$\text{Угловое ускорение звена } AB: \varepsilon_{AB} = \frac{a_{BA}^\tau}{l_{AB}} = \frac{(n_{BA} b') \mu_a}{l_{AB}}.$$

$$\text{Угловое ускорение звена } BC: \varepsilon_{BC} = \frac{a_{BC}^\tau}{l_{BC}} = \frac{(n_{BC} b') \mu_a}{l_{BC}}.$$

Пример 2. Планы скоростей и ускорений для группы Ассура 2-го класса 2-го вида

Группа Ассура 2-го класса 2-го вида состоит из шатуна 2, связанного с ползуном 3 вращательной парой B . Ползун перемещается по направляющей $x-x$, обозначенной как звено 4. Отметим, что в точке B на чертеже располагаются точки B_2 , B_3 и B_4 , принадлежащие соответствующим звеньям: шатуну 2, ползуну 3 и направляющей 4 (рис. 3.8).

Дано: длина l_2 шатуна 2; скорость \vec{V}_A и ускорение \vec{a}_A шарнира A ; скорость \vec{V}_{B_4} и ускорение \vec{a}_{B_4} точки B_4 направляющей $x-x$, а также угловая скорость $\vec{\omega}_{B_4}$ и угловое ускорение $\vec{\varepsilon}_{B_4}$ направляющей $x-x$.

Требуется определить: скорость \vec{V}_{B_3} и ускорение \vec{a}_{B_3} точки B_3 ползуна, угловую скорость ω_2 и угловое ускорение ε_2 шатуна.

Решение. Построение плана скоростей

Из полюса P_V откладываем отрезки $P_V a$ и $P_V b_4$, изображающие в масштабе μ_V векторы \vec{V}_A и \vec{V}_{B_4} (рис. 3.9).

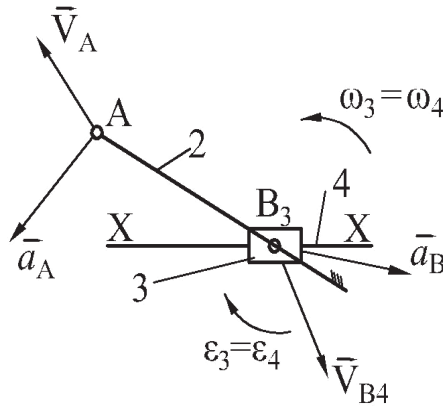


Рис. 3.8. Группа Ассура 2-го класса 2-го вида

Затем определяем скорость $\vec{V}_{B_2} = \vec{V}_{B_3}$ в соответствии с векторными уравнениями:

$$\vec{V}_{B_3} = \vec{V}_{B_2} = \vec{V}_A + \vec{V}_{B_2A}, \quad \vec{V}_{B_2A} \perp BA.$$

$$\vec{V}_{B_3} = \vec{V}_{B_4} + \vec{V}_{B_3B_4}, \quad \vec{V}_{B_3B_4} \parallel xx.$$

Скорость $\vec{V}_{B_3} = \vec{V}_{B_2}$ изображена вектором $P_V b_3$ $V_{B_3} = (P_V b_3) \mu_V$.

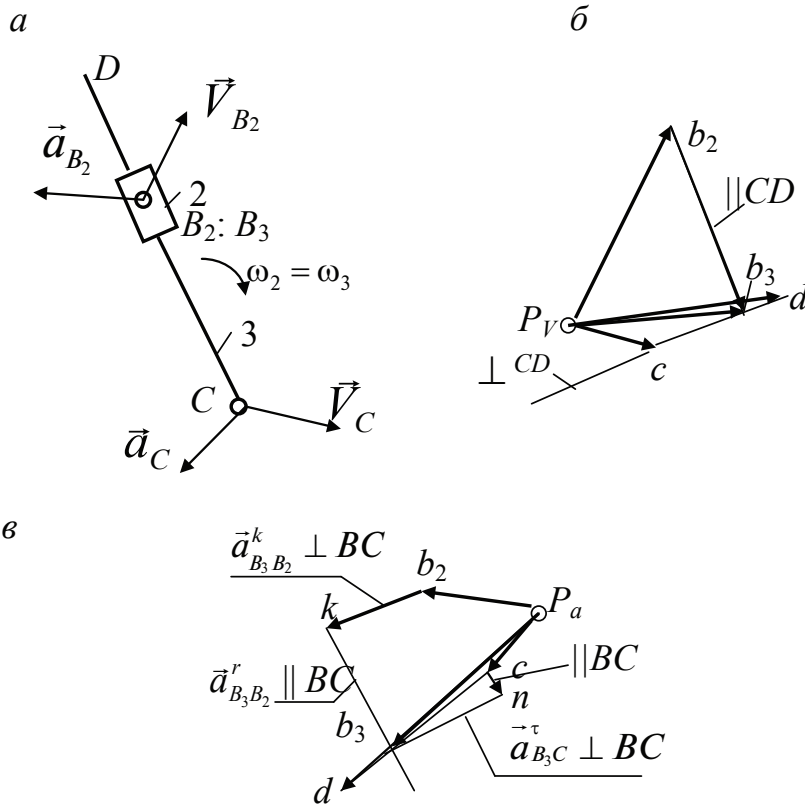


Рис. 3.11. Группы Ассура 2-го класса 3-го вида:

a — схема группы Ассура; *б* — план скоростей; *в* — план ускорений

Дано: длины l_{CD} и l_{CB} ; скорость \vec{V}_{B_2} и ускорение \vec{a}_{B_2} шарнира B ползуна 2; скорость \vec{V}_C и ускорение \vec{a}_C точки C кулисы.

Требуется определить: скорость \vec{V}_{B_3} и ускорение \vec{a}_{B_3} точки B_3 кулисы, угловую скорость $\bar{\omega}_2 = \bar{\omega}_3$ и угловое ускорение $\varepsilon_2 = \varepsilon_3$.

Решение. Построение плана скоростей

Из полюса плана скоростей P_V (рис. 3.11, б) откладываем отрезки $P_V b_2$ и $P_V c$, изображающие в масштабе μ_V векторы скоростей \vec{V}_{B_2} и \vec{V}_C .

Затем определяем скорость \vec{V}_{B_3} в соответствии с векторными уравнениями:

$$\vec{V}_{B_3} = \vec{V}_C + \vec{V}_{B_3 C}, \quad \vec{V}_{B_3 C} \perp BC.$$

$$\vec{V}_{B_3} = \vec{V}_{B_2} + \vec{V}_{B_3 B_2}; \quad \vec{V}_{B_3 B_2} \parallel BC.$$

Скорость точки D определена по теореме подобия. Скорость \vec{V}_{B_3} изображена вектором $P_V b_3$.

$$V_{B_3} = (P_V b_3) \mu_V; V_D = (P_V d) \mu_V.$$

Угловую скорость ползуна и кулисы определяем из формулы

$$\omega_2 = \frac{V_{BA}}{l_{AB}} = \frac{\mu_V (P_V b_3)}{l_{AB}}.$$

Определение ускорений (рис. 3.11, в). Из полюса P_a плана ускорений (рис. 3.11) откладываем отрезки $P_a b_2$ и $P_a c$, изображающие в масштабе μ_a векторы ускорений \vec{a}_{B_2} и \vec{a}_C . Затем определяем ускорение \vec{a}_{B_3} в соответствии со следующими векторными уравнениями:

$$\vec{a}_{B_3} = \vec{a}_{B_2} + \vec{a}_{B_3 B_2}^k + \vec{a}_{B_3 B_2}^r; \vec{a}_{B_3} = \vec{a}_C + \vec{a}_{B_3 C}^n + \vec{a}_{B_3 C}^\tau,$$

где $\vec{a}_{B_3 B_2}^k$ — кориолисово ускорение, $\vec{a}_{B_3 B_2}^k \perp BC$; относительное ускорение $\vec{a}_{B_3 B_2}^r \parallel BC$, $\vec{a}_{B_3 C}^n \parallel BC$, $\vec{a}_{B_3 C}^\tau \perp BC$.

Ускорение точки D определено по теореме подобия.

Построение планов скоростей и ускорений для простейших механизмов 2-го класса

Определение скоростей и ускорений точек и звеньев механизма начинают с расчета скоростей и ускорений начальных звеньев. Построение планов скоростей и ускорений начинают с начального звена, определяя скорость и ускорение подвижного центра кинематической пары, соединяющей это звено с остальным механизмом. Далее построение планов ведут по группам Ассур в той же последовательности, в какой эти группы присоединялись к начальному звену.

Пример 1. Построение планов скоростей и ускорений для механизма шарнирного четырехзвенника с группой Асура 2-го класса 1-го вида

Данный механизм показан на рис. 3.12 и состоит из механизма 1-го класса, включающего стойку и входное звено OA , группы 2-го класса 1-го вида, состоящей из звеньев 2 и 3.

Дано: длины и взаимное расположение всех звеньев механизма, $\omega_1 = \text{const}$ — угловая скорость кривошипа OA .

Требуется определить: скорости и ускорения всех точек, угловые скорости и ускорения звеньев.

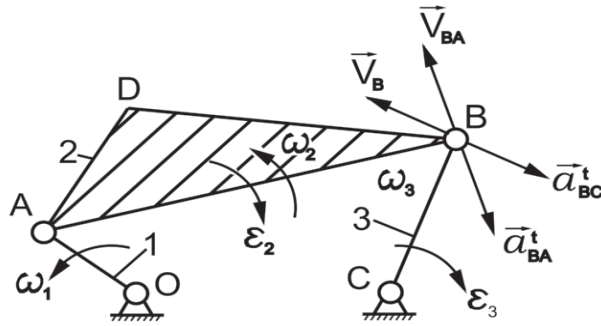


Рис. 3.12. План механизма шарнирного четырехзвенника в масштабе μ_l

Решение. Построение плана скоростей (рис. 3.13)

Вектор скорости $\vec{V}_A \perp OA$. Скорость точки A начального звена OA : $V_A = \omega_1 l_{OA}$. Из полюса P_v проводим направление вектора $\vec{V}_A \perp OA$. Вектор \vec{V}_A на плане скоростей обозначен отрезком $P_v a$. Находим масштаб плана скоростей, м/с·мм: $\mu_v = V_A / P_v a$.

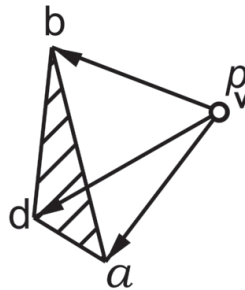


Рис. 3.13. План скоростей в масштабе μ_v

Затем определяем скорость V_B точки B в соответствии с векторными уравнениями

$$\vec{V}_B = \vec{V}_A + \vec{V}_{BA},$$

$$\vec{V}_B = \vec{V}_C + \vec{V}_{BC}.$$

Здесь $\vec{V}_{BA} \perp AB$ и $\vec{V}_{BC} \perp CB$. Строим эти уравнения на плане скоростей. Через точку a проводим прямую $\perp AB$ — направление вектора \vec{V}_{BA} . Затем от точки P_v проводим прямую $\perp BC$ — направление вектора \vec{V}_{BC} ,

пересечение прямых $\perp AB$ и $\perp BC$ даст точку b — конец скорости \vec{V}_B . Соединив точку b с полюсом P_V , получим графическое изображение вектора \vec{V}_B . Скорость точки D находим по теореме подобия, построив на отрезке ab $\Delta abd \propto \Delta ABD$. Полученную точку d соединяем с полюсом P_V . Отрезок $P_V d$ представляет скорость точки D в масштабе μ_V .

Численное значение скорости точки B равно $V_B = P_V b \mu_V$. Здесь $P_V b$ — отрезок на плане скоростей, измеренный в миллиметрах, отображающий вектор \vec{V}_B . Величина скорости точки D : $D_B = P_V d \mu_V$.

Угловая скорость звена AB : $\omega_2 = \omega_{AB} = \frac{V_{BA}}{l_{AB}} = \frac{(ab)\mu_V}{l_{AB}}$. Перенесем от-

носительную скорость \vec{V}_{BA} (на плане скоростей — отрезок ab) в точку B . Направление этой скорости позволяет установить направление ω_{AB} . Угловая скорость звена BC $\omega_3 = \omega_{BC} = V_B/l_{BC}$. Направление ω_{BC} определяется аналогично предыдущему.

Построение плана ускорений (рис. 3.14)

Ускорение точки A найдем из уравнения $\vec{a}_A = \vec{a}_O + \vec{a}_{AO}^n + \vec{a}_{AO}^t$, где $\vec{a}_O = 0$. Ускорение точки O располагается в полюсе P_a плана ускорений. Центробежное ускорение $a_{AO}^n = \omega_1^2 l_{AO}$ и направлено $\vec{a}_{AO}^n \parallel AO$ от точки A к точке O . Касательное ускорение $a_{AO}^t = 0$, так как угловая скорость звена OA $\omega_1 = \text{const}$.

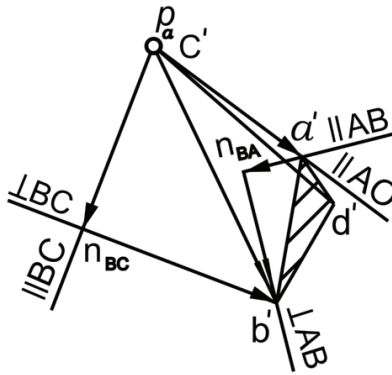


Рис. 3.14. План ускорений в масштабе μ_a

На плане ускорений из полюса P_a проводим направление вектора $\vec{a}_A \parallel OA$. Вектор \vec{a}_A на плане скоростей обозначен отрезком $P_a a'$. Находим масштаб плана ускорений, $\text{м/с}^2 \cdot \text{мм}$: $\mu_a = \omega_1^2 \cdot l_{OA} / P_a a'$.

Для определения ускорений точки B составляем уравнения

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA}^n + \vec{a}_{BA}^\tau, \text{ где } a_{BA}^n = \omega_{AB}^2 \cdot l_{AB}; \vec{a}_{BA}^n \parallel AB; \vec{a}_{BA}^\tau \perp AB;$$

$$\vec{a}_B = \vec{a}_C + \vec{a}_{BC}^n + \vec{a}_{BC}^\tau, \text{ где } \vec{a}_C = 0; a_{BC}^n = \omega_{BC}^2 \cdot l_{BC}; \vec{a}_{BC}^n \parallel BC; \vec{a}_{BC}^\tau \perp BC.$$

На плане ускорений строим верхнюю строку уравнений. От точки a' в масштабе μ_a откладываем отрезок $a'n_{BA} \parallel AB$, равный a_{BA}^n/μ_a и изображающий вектор нормального ускорения \vec{a}_{BA}^n точки B относительно точки A . Далее из точки n_{BA} проводим прямую $\perp AB$ — направление вектора тангенциального ускорения \vec{a}_{BA}^τ .

Строим нижнюю строку уравнений. От точки P_a откладываем отрезок $c'n_{BC} \parallel BC$, равный изображению \vec{a}_{BC}^n . Затем из точки n_{BC} проводим прямую $\perp BC$ — направление \vec{a}_{BC}^τ . Точка b' пересечения прямых, направленных $\perp AB$ и $\perp BC$, является концом вектора ускорения \vec{a}_B . Соединив точки b' и P_a , получим вектор $P_a b'$ ускорения точки B в масштабе μ_a . Полные относительные ускорения \vec{a}_{BA} и \vec{a}_{BC} в масштабе μ_a , определяются соответственно отрезками $a'b'$ и $c'b'$.

$$\text{Угловое ускорение звена } AB: \varepsilon_{AB} = \frac{a_{BA}^\tau}{l_{AB}} = \frac{(n_{BA}b') \cdot \mu_a}{l_{AB}}. \text{ Для определения}$$

направления углового ускорения ε_{AB} перенесем \vec{a}_{BA}^τ в точку B звена.

$$\text{Угловое ускорение звена } BC: \varepsilon_{BC} = \frac{a_{BC}^\tau}{l_{BC}} = \frac{(n_{BC}b') \mu_a}{l_{BC}}. \text{ Направление } \varepsilon_{BC}$$

определяется аналогично предыдущему.

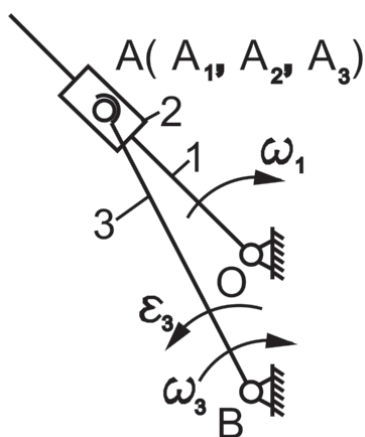
Ускорение точки D получим по теореме подобия, построив на отрезке $b'a' \Delta a'b'd' \sim \Delta ABD$ так, чтобы при одинаковом направлении обхода этих фигур чередование букв при вершинах было одинаково. Соединив плюс P_a с полученной таким образом точкой d' , найдем \vec{a}_D .

Пример 2. Построение планов скоростей и ускорений для кулисного механизма с группой Ассура 2-го класса 2-го вида

Данный механизм показан на рис. 3.15 и состоит из механизма 1-го класса, включающего стойку и входное звено OA — кулису, группы 2-го класса 2-го вида, состоящей из звеньев 2 — ползуна и 3 — коромысла.

Дано: длины и взаимное расположение всех звеньев механизма, $\omega_1 = \text{const}$ — угловая скорость кривошипа OA .

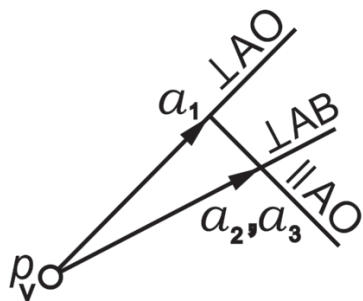
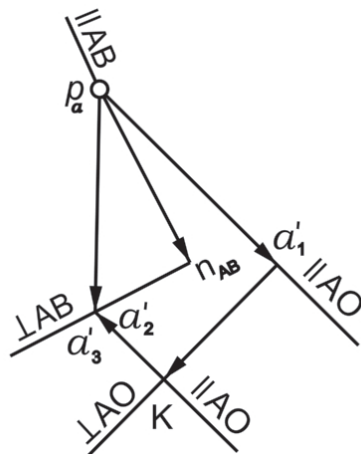
Требуется определить: скорости и ускорения всех точек, угловые скорости и ускорения звеньев.

Рис. 3.15. План механизма в масштабе μ_l

Решение. Построение плана скоростей (рис. 3.16)

Пометим точку A_1 , совпадающую с точкой A , принадлежащей направляющей OA , по которой перемещается ползун 2. Точка A_2 принадлежит ползуну 2. Точка A_3 — коромыслу 3.

Вектор скорости $\vec{V}_{A_1} \perp OA$ в направлении ω_1 . Скорость точки A начального звена OA : $V_{A_1} = \omega_1 l_{OA}$.

Рис. 3.16. План скоростей
в масштабе μ_v Рис. 3.17. План ускорений
в масштабе μ_a

Скорости точек A_2 и A_3 одинаковы, определяются из векторных уравнений:

$$\vec{V}_{A_3} = \vec{V}_{A_2} = \vec{V}_{A_1} + \vec{V}_{A_2A_1} \text{ и } \vec{V}_{A_3} = \vec{V}_B + \vec{V}_{A_3B},$$

где $\vec{V}_{A_2A_1} \parallel AO$; $\vec{V}_{A_3B} \perp AB$.

Построим эти уравнения. Выбираем масштаб построения μ_V $\left[\frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot \frac{1}{\text{мм}} \right]$. Из точки P_V — полюса плана скоростей (см. рис. 3.16) — откладываем $\perp OA$ отрезок $P_V a_1$ — скорость \vec{V}_{A_1} в масштабе μ_V , и из точки a_1 проводим прямую $\parallel OA$ — направление вектора $\vec{V}_{A_2A_1}$. Затем откладываем вектор \vec{V}_B , но так как $\vec{V}_B = 0$, то точка b будет находиться в точке P_V . Из точки P_V проводим прямую $\perp AB$ — направление вектора \vec{V}_{A_3B} . Пересечение направлений $\parallel OA$ и $\perp AB$ даст точку a_2 , совпадающую с точкой a_3 . Отрезок $P_V a_3$ — скорость \vec{V}_{A_3} в масштабе μ_V .

Определим угловые скорости звеньев:

$$\omega_2 = \omega_1; \quad \omega_3 = \frac{V_{A_3B}}{l_{AB}} = \frac{\mu_V(P_V a_3)}{l_{AB}}.$$

Направление ω_3 определим, перенося вектор \vec{V}_{A_3} в точку A механизма.

Определение ускорений (рис. 3.17)

Ускорение точки A_1 звена 1 найдем из уравнения

$$\vec{a}_{A_1} = \vec{a}_O + \vec{a}_{A_1O}^n + \vec{a}_{A_1O}^t, \quad \vec{a}_O = 0.$$

Ускорение точки O располагаются в полюсе P_a плана ускорений. Центробежное ускорение $a_{A_1O}^n = \omega_1^2 \cdot l_{AO}$ и направлено $\vec{a}_{A_1O}^n \parallel AO$ от точки A к точке O . Касательное ускорение $a_{A_1O}^t = 0$, т. к. угловая скорость звена 1 $\omega_1 = \text{const}$.

Ускорения точек A_2 и A_3 одинаковы и определяются из уравнений

$$\vec{a}_{A_3} = \vec{a}_B + \vec{a}_{A_3B}^n + \vec{a}_{A_3B}^t \text{ и } \vec{a}_{A_3} = \vec{a}_{A_2} = \vec{a}_{A_1} + \vec{a}_{A_2A_1}^k + \vec{a}_{A_2A_1}^r,$$

где $\vec{a}_B = 0$, т. к. точка B неподвижна; $a_{A_3B}^n = \omega_3^2 \cdot l_{A_3B}$, $\vec{a}_{A_3B}^n \parallel AB$; $\vec{a}_{A_3B}^t \perp AB$; $\vec{a}_{A_2A_1}^k \perp OA$; $a_{A_2A_1}^k = 2\omega_1 \vec{V}_{A_2A_1}$; $\vec{a}_{A_2A_1}^r \parallel OA$.

Направление кориолисова ускорения $\vec{a}_{A_2A_1}^k$ определяется путем поворота вектора $\vec{V}_{A_2A_1}$ в сторону ω_1 .

Построим уравнения. Из полюса P_a плана ускорений откладываем отрезок $P_a a'_1 \parallel OA$ — ускорение \vec{a}_{A_1} , изображенное в масштабе μ_V . Из точки a'_1 проводим отрезок $a'_1 k$ — кориолисово ускорение $\vec{a}_{A_2A_1}^k$.

Из точки k проводим линию $\parallel AO$ — направление относительного ускорения $\vec{a}_{A_2A_1}^r$. Далее от полюса P_a откладываем отрезок $P_a n_{AB}$ — нормальное ускорение $\vec{a}_{A_3B}^n \parallel AB$ и из точки n_{AB} проводим направление $\vec{a}_{A_3B}^r \perp AB$. Точку a'_2 пересечения прямых $\perp AB$ и $\parallel OA$ соединяем с полюсом P_a . Отрезок $P_a a'_2$ — ускорение $\vec{a}_{A_2} = \vec{a}_{A_3}$ в масштабе μ_v .

Угловое ускорение звена AB

$$\varepsilon_3 = \frac{(n_{AB} a'_2) \mu_a}{l_{AB}}.$$

Пример 3. Построение планов скоростей и ускорений для кривошипно-ползунного механизма с группой Асура 2-го класса 2-го вида

Данный механизм показан на рис. 3.18 и состоит из механизма 1-го класса, включающего стойку и входное звено OA — кулису, группы 2-го класса 2-го вида, состоящей из звеньев 2 — шатуна и 3 — ползуна.

Дано: длины и взаимное расположение всех звеньев механизма, $\omega_1 = \text{const}$ — угловая скорость кривошипа OA .

Требуется определить: скорости и ускорения всех точек, угловые скорости и ускорения звеньев.

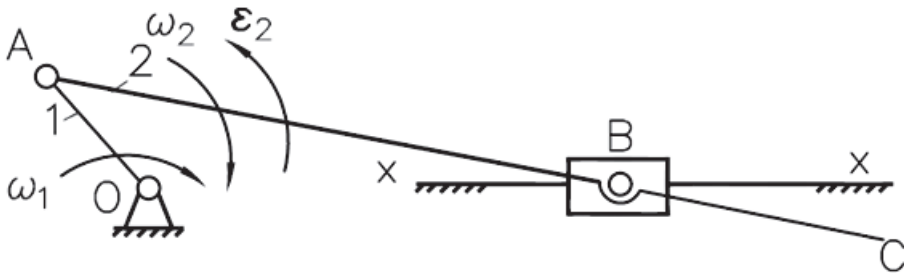


Рис. 3.18. План кривошипно-ползунного механизма в масштабе μ_l

Решение. Построение плана скоростей (рис. 3.19)

Вектор скорости $\vec{V}_A \perp OA$. Скорость точки A начального звена OA : $V_A = \omega_1 l_{OA}$.

Построение плана скоростей начинаем с произвольной точки P_v — полюса плана скоростей. Вектор \vec{V}_A на плане скоростей обозначен отрезком $P_v a$. Находим масштаб плана скоростей, м/с·мм:

$$\mu_v = V_A / P_v a.$$

Затем определяем скорость V_B точки B в соответствии с векторными уравнениями

$$\vec{V}_B = \vec{V}_A + \vec{V}_{BA}, \quad \vec{V}_B \parallel x-x,$$

где $\vec{V}_{BA} \perp AB$.

Строим эти уравнения на плане скоростей. Через точку a проводим прямую $\perp AB$ — направление вектора \vec{V}_{BA} . Затем от точки P_V проводим прямую $\parallel x-x$ — направление вектора \vec{V}_B , пересечение прямых $\perp AB$ и $\parallel x-x$ даст точку b — конец скорости \vec{V}_B . Соединив точку b с полюсом P_V , получим графическое изображение вектора \vec{V}_B . Скорость точки C находим по теореме подобия $\frac{ac}{AC} = \frac{ab}{AB}$.

$$\text{Откуда } ac = \frac{(AC) \cdot (ab)}{(AB)}.$$

Отложив на продолжении отрезка ab отрезок ac , найдем точку C на плане скоростей. Полученную точку соединяем с полюсом P_V . Отрезок $P_V C$ представляет скорость точки C в масштабе μ_V .

Численное значение скорости точки B равно $V_B = P_V b \mu_V$. Здесь $P_V b$ — отрезок на плане скоростей, мм, отображающий вектор \vec{V}_B . Величина скорости точки C : $V_C = P_V c \mu_V$.

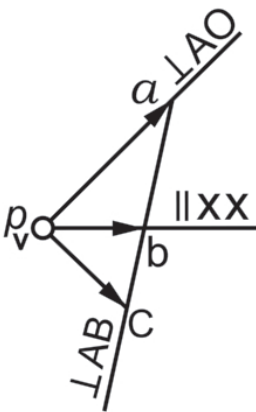


Рис. 3.19. План скоростей
в масштабе μ_V

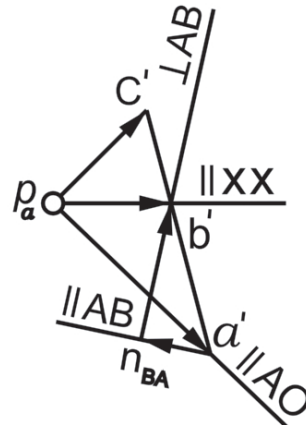


Рис. 3.20. План ускорений
в масштабе μ_a

Угловая скорость звена AB : $\omega_2 = \omega_{AB} = \frac{V_{BA}}{l_{AB}} = \frac{(ab) \cdot \mu_V}{l_{AB}}$. Перенесем от-

носительную скорость \vec{V}_{BA} (на плане скоростей — отрезок ab) в точку B . Направление этой скорости позволяет установить направление ω_{AB} .

Определение ускорений (см. рис. 3.20)

Ускорение точки A найдем из уравнений

$$\vec{a}_A = \vec{a}_O + \vec{a}_{AO}^n + \vec{a}_{AO}^t, \quad \vec{a}_O = 0.$$

Ускорение точки O располагается в полюсе P_a плана ускорений. Центроостремительное ускорение $a_{AO}^n = \omega_1^2 l_{AO}$ и направлено $\vec{a}_{AO}^n \parallel AO$ от точки A к точке O . Касательное ускорение $a_{AO}^t = 0$, так как угловая скорость звена OA $\omega_1 = \text{const}$.

На плане ускорений из полюса P_a проводим направление вектора $\vec{a}_A \parallel OA$. Вектор \vec{a}_A на плане скоростей обозначен отрезком $P_a a'$. Находим масштаб плана ускорений, $\text{м/с}^2 \cdot \text{мм}$: $\mu_a = \omega_1^2 l_{OA} / P' a$.

Для определения ускорений точки B составляем векторные уравнения:

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA}^n + \vec{a}_{BA}^t; \quad a_{BA}^n = \omega_{AB}^2 l_{AB}; \quad \vec{a}_{BA}^n \parallel AB; \quad \vec{a}_{BA}^t \perp AB; \quad \vec{a}_B \parallel x-x.$$

На плане ускорений строим верхнюю строку уравнений. От точки a' в масштабе μ_a откладываем отрезок $a' n_{BA} \parallel AB$, равный a_{BA}^n / μ_a и изображающий вектор \vec{a}_{BA}^n . Далее из точки n_{BA} проводим прямую $\perp AB$ — направление вектора \vec{a}_{BA}^t .

Затем строим уравнение $\vec{a}_B \parallel x-x$. От точки P_a проводим прямую, параллельную $x-x$. Точка b' пересечения прямых, направленных $\perp AB$ и $\parallel x-x$, является концом вектора ускорения \vec{a}_B . Соединив точки b' и P_a , получим вектор $P_a b'$ ускорения точки B в масштабе μ_a . Полное относительное ускорение \vec{a}_{BA} и в масштабе μ_a определяется соответственно отрезками $a' b'$.

Угловое ускорение звена AB : $\varepsilon_{AB} = \frac{a_{BA}^t}{l_{AB}} = \frac{(n_{BA} b') \mu_a}{l_{AB}}$. Для определения

направления углового ускорения ε_{AB} перенесем \vec{a}_{BA}^t в точку B звена.

Ускорение точки D получим, построив на отрезке $b' a' \Delta a' b' d' \infty \Delta ABD$ так, чтобы при одинаковом направлении обхода этих фигур чередование букв при вершинах было одинаково. Соединив плюс P_a с полученной таким образом точкой d' , найдем \vec{a}_D .

Примеры кинематического анализа шестизвенных рычажных механизмов 2-го класса

Кинематический анализ механизма
с группами Ассура 2-го класса, 1-го и 2-го вида

Кинематическая схема шестизвенного механизма, где $\mu_s = 0,01$ м/мм, показана на рис. 3.21.

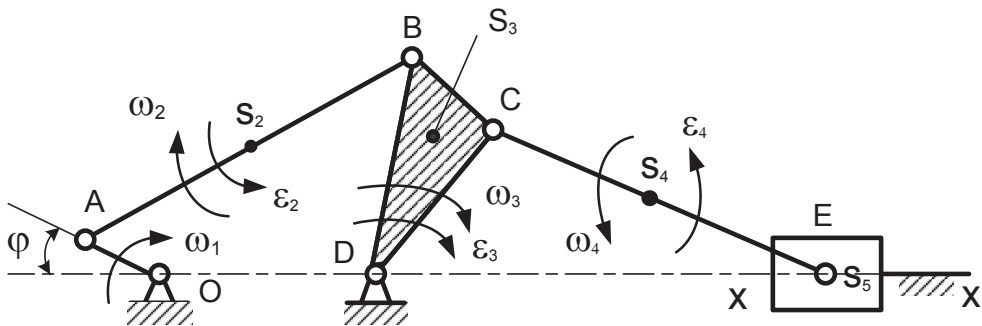


Рис. 3.21. Кинематическая схема шестизвенного механизма

Дано: $\varphi = 30^\circ$; длина кривошипа $l_{OA} = 0,1$ м; длины шатунов AB и CE $l_{AB} = l_{CE} = 0,5$ м; длины сторон коромысла DBC : $l_{DB} = 0,3$ м; $l_{BC} = 0,15$ м; $l_{DC} = 0,25$ м; расстояние между шарнирами стойки $l_{OD} = 0,3$ м; угловая скорость кривошипа OA равна $\omega_1 = 10,47 \text{ с}^{-1} = \text{const}$, то есть угловое ускорение $\varepsilon_1 = 0$.

Требуется построить:

- один план положений механизма, соответствующий углу поворота кривошипа $\varphi = 30^\circ$;
- план скоростей для данного положения механизма (определить величины и направления скоростей всех точек, указанных на механизме, а также угловые скорости звеньев);
- план ускорений для того же положения механизма (определить величины и направления всех точек механизма, а также угловых ускорений звеньев).

Решение. Построение плана положений механизма

Выбираем масштабный коэффициент длины, $\frac{\text{м}}{\text{мм}}$ (рис. 3.21):

$$\mu_s = \frac{l_{OA}}{OA} = \frac{0,1}{10} = 0,01,$$

где l_{OA} — длина кривошипа; OA — отрезок, изображающий на чертеже размер l_{OA} . Используя значение выбранного масштаба, определяем длины остальных отрезков:

$$AB = \frac{l_{AB}}{\mu_s} = \frac{0,5}{0,01} = 50 \text{ мм}; \quad OD = \frac{l_{OD}}{\mu_s} = \frac{0,3}{0,01} = 30 \text{ мм};$$

$$DB = \frac{l_{DB}}{\mu_s} = \frac{0,3}{0,01} = 30 \text{ мм}; \quad BC = \frac{l_{BC}}{\mu_s} = \frac{0,15}{0,01} = 15 \text{ мм};$$

$$DC = \frac{l_{DC}}{\mu_s} = \frac{0,25}{0,01} = 25 \text{ мм}; \quad BC = AB = 50 \text{ мм}.$$

Построение начинаем с изображения неподвижных элементов, принадлежащих стойке. Наносим точки O и D (неподвижные в пространстве оси вращений звеньев 1 и 3) и траекторию движения $x-x$ ползуна E (рис. 3.21). Строим в заданном положении кривошип. Положение остальных подвижных точек механизма определяем при помощи метода засечек. Проводим из точки A дугу радиусом AB , из точки D — дугу радиусом DB и на пересечении дуг получаем точку B . Точку C получим на пересечении дуги радиуса BC , проведенной из точки B , и дуги радиуса DC , проведенной из точки D . Точка E находится на пересечении дуги радиуса CE , проведенной из точки C , с направляющей $x-x$.

План скоростей (рис. 3.22)

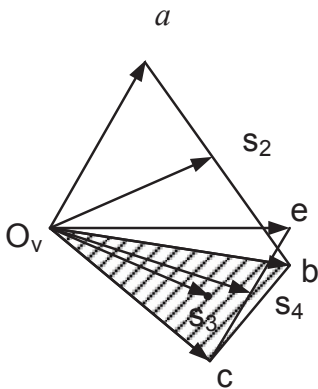


Рис. 3.22. План скоростей механизма

Сначала определим скорость точки A кривошипа 1, затем — скорости точек B и C для группы 1-го вида (звенья 2, 3) и, наконец, скорость ползуна D для группы 2-го вида (звенья 4, 5).

Модуль вектора скорости точки A

$$V_A = \omega_1 l_{OA} = 10,47 \cdot 0,1 = 1,047 \text{ м/с}.$$

На плане скоростей изобразим эту скорость направленным отрезком $O_v a = 40 \text{ мм}$. Вектор $\vec{V}_A \perp OA$ и направлен в сторону вращения кривошипа OA . Масштабный коэффициент плана скоростей, $\text{м}/(\text{с} \cdot \text{мм})$

$$\mu_V = V_A/O_V a = 1,047/40 = 0,026.$$

Полус O_V плана скоростей можно помещать в любой точке чертежа.

Для группы Ассур 1-го вида (звенья 2, 3) запишем два векторных уравнения для внутреннего шарнира B , соединяющего звенья 2 и 3. Рассматриваем движение центра шарнира совместно и относительно точки A , затем совместно с точкой D и относительно ее:

$$\begin{cases} \vec{V}_B = \vec{V}_A + \vec{V}_{BA}; \\ \vec{V}_B = \vec{V}_D + \vec{V}_{BD}, \end{cases}$$

где \vec{V}_A — скорость точки a , представленная направленным отрезком $O_V a$; \vec{V}_{BA} — скорость относительного вращательного движения точки B относительно точки A ; \vec{V}_D — скорость точки D (так как точка D принадлежит стойке $\vec{V}_D = 0$); \vec{V}_{BD} — скорость точки B в ее движении относительно точки D .

Решаем графически записанные уравнения. Согласно первому уравнению через точку a проводим прямую, перпендикулярную AB , согласно второму уравнению через полюс O_V проводим прямую перпендикулярно BD . На пересечении этих прямых отмечаем точку b . Соединяем ее с полюсом. Направленный отрезок $O_V b$ изображает в масштабе вектор абсолютной скорости точки B . Отметим, что все точки, скорость которых равна нулю, располагаются в полюсе O_V .

Скорость точки C определим, используя теорему подобия. На прямой $O_V b$ строим треугольник, подобный треугольнику DBC , при этом учитываем правило обхода контура. Соединив полюс с точкой c , получим графическое изображение вектора абсолютной скорости точки C . Скорости центров тяжести звеньев 2 и 3 также находим при помощи теоремы подобия. На основании этой теоремы точку S_2 располагаем в середине вектора ab , а точку S_3 — в центре тяжести треугольника $O_V bc$. Соединив эти точки с полюсом, определяем величину и направление скоростей центров тяжести шатуна 2 и коромысла 3.

В группе Ассур 2-го вида (звенья 4 и 5) определяем скорость шарнира E , который одновременно принадлежит и шатуну 4, и ползуну 5. Рассматривая движение точки E совместно с точкой C и относительно нее, а затем совместно с точкой E_x , принадлежащей направляющей $x-x$ и совпадающей с точкой E , и относительно направляющей, запишем два векторных уравнения:

$$\begin{cases} \vec{V}_E = \vec{V}_C + \vec{V}_{EC}; \\ \vec{V}_E = \vec{V}_{E_x} + \vec{V}_{EE_x}. \end{cases}$$

Вектор $\vec{V}_{EC} \perp EC$, так как представляет скорость точки E в относительном вращательном движении вокруг точки C . Поскольку направляющая неподвижна, $\vec{V}_{E_x} = 0$. Относительная скорость \vec{V}_{EE_x} направлена параллельно направляющей $x-x$. Графически решая первое уравнение, через точку c плана скоростей проводим прямую, перпендикулярную шатуну CE . Согласно второму уравнению через полюс O_v проводим прямую, параллельную направляющей $x-x$. На пересечении этих прямых отмечаем точку e . Направленный отрезок $O_v e$ изображает в масштабе μ_v скорость ползуна E . Для определения скорости центра тяжести шатуна 4 (точка S_4) необходимо найти середину отрезка ce и полученную точку S_4 соединить с полюсом. Используя построенный план, находим величины абсолютных скоростей точек, м/с:

$$\begin{aligned} V_B &= O_v b \cdot \mu_v = 45 \cdot 0,026 = 1,17, \\ V_C &= O_v c \cdot \mu_v = 40 \cdot 0,026 = 1,04, \\ V_E &= O_v e \cdot \mu_v = 45 \cdot 0,026 = 1,17, \\ V_{S_2} &= O_v S_2 \cdot \mu_v = 36 \cdot 0,026 = 0,94, \\ V_{S_3} &= O_v S_3 \cdot \mu_v = 33 \cdot 0,026 = 0,86, \\ V_{S_4} &= O_v S_4 \cdot \mu_v = 40 \cdot 0,026 = 1,04. \end{aligned}$$

Определим также величины относительных скоростей, м/с:

$$\begin{aligned} V_{BA} &= ab \cdot \mu_v = 50 \cdot 0,26 = 1,3, \\ V_{EC} &= cc \cdot \mu_v = 30 \cdot 0,26 = 0,78. \end{aligned}$$

Найдем угловые скорости ω_2 , ω_3 , ω_4 звеньев 2, 3 и 4, 1/с:

$$\begin{aligned} \omega_2 &= \frac{V_{BA}}{l_{AB}} = \frac{1,30}{0,5} = 2,6, \\ \omega_3 &= \frac{V_{BD}}{l_{BD}} = \frac{V_B}{l_{BD}} = \frac{1,17}{0,3} = 3,9, \\ \omega_4 &= \frac{V_{EC}}{l_{CE}} = \frac{0,78}{0,5} = 1,56. \end{aligned}$$

Направление ω_2 определим, перенося вектор относительной скорости \vec{V}_{BA} в точку B и рассматривая движение точки B вокруг точки A . Таким образом, находим, что угловая скорость звена AB направлена по часовой стрелке.

Аналогично находим направления угловых скоростей звеньев 3 и 4. Перенеся вектор скорости \vec{V}_{BD} в точку D , определяем, что угловая скорость ω_3 звена 3 направлена по движению часовой стрелки. Перенеся вектор скорости \vec{V}_{EC} в точку E , находим, что угловая скорость ω_4 звена CE направлена против часовой стрелки.

План ускорений (рис. 3.23)

Определим вектор \vec{a}_A ускорения точки A кривошипа 1 из уравнения

$$\vec{a}_A = \vec{a}_O + \vec{a}_{AO}^n + \vec{a}_{AO}^{\tau},$$

где \vec{a}_O — вектор ускорения точки O ($\vec{a}_O = 0$); \vec{a}_{AO}^n и \vec{a}_{AO}^{τ} — нормальное и касательное ускорение точки A в относительном вращательном движении вокруг точки O .

Модуль ускорения, м/с^2 :

$$a_{AO}^n = \omega_1^2 l_{OA} = 10,47^2 \cdot 0,1 = 10,9.$$

Вектор \vec{a}_{AO}^n направлен вдоль звена OA к точке O — оси относительного вращения звена. Модуль тангенциального ускорения $a_{AO}^{\tau} = \varepsilon_1 \cdot l_{OA}$. В соответствии с исходными данными задачи угловое ускорение звена OA $\varepsilon_1 = 0$.

Нормальное ускорение \vec{a}_{AO}^n изображаем направленным отрезком $\pi a'$. Здесь π — полюс плана ускорений. В рассматриваемом примере $\pi a'$ имеет длину 70 мм.

Масштабный коэффициент плана ускорений, $\text{м}/(\text{с}^2 \text{ мм})$:

$$\mu_a = a_{AO}^n / (\pi a') = 10,9 / 70 = 0,156.$$

В группе Ассура 2-го класса 1-го вида (звенья 2, 3) определяем ускорение внутренней точки B . Рассматривая вначале движение точки B совместно с точкой A и относительно нее, а затем — движение точки B относительно точки D , запишем два векторных уравнения:

$$\begin{cases} \vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA}^n + \vec{a}_{BA}^{\tau}, \\ \vec{a}_B = \vec{a}_D + \vec{a}_{BD}^n + \vec{a}_{BD}^{\tau}. \end{cases}$$

Ускорения точек A и D известны ($\vec{a}_D = 0$). Модули нормальных ускорений a_{BA} и a_{BD} определим по формулам, м/с^2 :

$$a_{BA}^n = \omega_2^2 \cdot l_{AB} = 2,6^2 \cdot 0,5 = 3,38;$$

$$a_{BD}^n = \omega_3^2 \cdot l_{BD} = 3,9^2 \cdot 0,3 = 4,56.$$

Вектор \vec{a}_{BA}^n направлен параллельно звену AB от точки B к точке A ; вектор \vec{a}_{BD}^n — параллельно звену DB от точки B к точке D . У векторов касательных ускорений известны только направления: $\vec{a}_{BA}^t \perp AB$, $\vec{a}_{BD}^t \perp BD$. Определим длину отрезка $a'n_2$, изображающего нормальное ускорение \vec{a}_{BA}^n , и отрезка πn_3 , изображающего ускорение \vec{a}_{BD}^n , мм:

$$a'n_2 = \frac{a_{BA}^n}{\mu_a} = \frac{3,38}{0,156} = 21,66,$$

$$\pi n_3 = \frac{a_{BD}^n}{\mu_a} = \frac{4,56}{0,156} = 29,23.$$

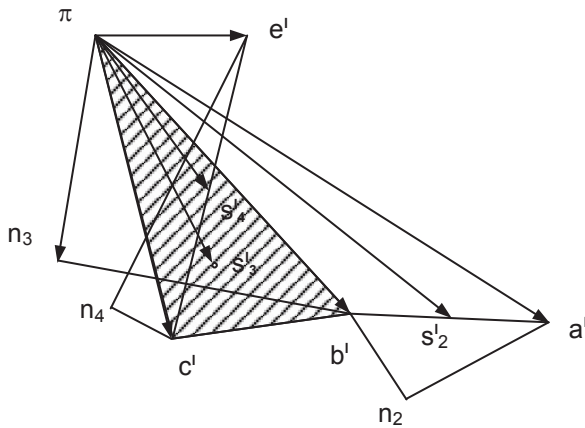


Рис. 3.23. План ускорений механизма

Решаем векторные уравнения графически. В соответствии с первым векторным уравнением из точки a' откладываем отрезок $a'n_2$ параллельно AB , а через точку n_2 проводим линию, перпендикулярную шатуну AB . В соответствии со вторым уравнением из полюса π откладываем отрезок πn_3 параллельно BD , а через конец этого отрезка проводим линию перпендикулярно стороне BD коромысла BDC . На пересечении этих двух линий отмечаем точку b' , соединив которую с полюсом, получим направленный отрезок $\pi b'$, изображающий в масштабе μ_a абсолютное ускорение точки B .

Соединив точки a' и b' , получаем направленный отрезок $a'b'$, изображающий ускорение \vec{a}_{BA} точки B относительно точки A . Используя принцип подобия в плане ускорений, на отрезке $\pi b'$ строим треугольник $\pi b'c'$, подобный треугольнику DBC . Соединив полюс π с точкой c' , получаем графическое изображение вектора абсолютного ускорения точки C . Используя этот же принцип, определим ускорения центров тяжести звеньев 2 и 3. Для этого достаточно соединить полюс π с точками S_2' и S_3' , расположенными соответственно в центрах тяжести отрезка $a'b'$ и треугольника $\pi b'c'$.

В группе Ассура 2-го класса 2-го вида (звенья 3, 4) известны ускорения точки C звена 3 и неподвижной точки E_x , расположенной на направляющей $x-x$ и совпадающей в данный момент с точкой E , принадлежащей ползуну. Запишем два векторных уравнения для центра вращательной кинематической пары, расположенной в точке E :

$$\begin{cases} \vec{a}_E = \vec{a}_C + \vec{a}_{EC}^n + \vec{a}_{EC}^{\tau}, \\ \vec{a}_E = \vec{a}_{E_x} + \vec{a}_{EE_x}^k + \vec{a}_{EE_x}^r. \end{cases}$$

В этих уравнениях вектор \vec{a}_C известен, ускорения \vec{a}_{E_x} и $\vec{a}_{EE_x}^k$ равны нулю, так как направляющая $x-x$ неподвижна. Модуль нормального ускорения точки E относительно точки C равен, м/с²:

$$a_{EC}^n = \omega_4^2 l_{CE} = 1,56^2 \cdot 0,5 = 1,22.$$

Вектор касательного ускорения \vec{a}_{EC}^{τ} точки E относительно точки C направлен перпендикулярно звену CE , а относительное ускорение $\vec{a}_{EE_x}^r$ точки E в движении по направляющей $x-x$ параллельно этой направляющей. Решаем векторные уравнения графически. В соответствии с первым уравнением из точки c' откладываем отрезок $c'n_4$, изображающий ускорение \vec{a}_{EC}^n . Длина этого отрезка $c'n_4 = a_{EC}^n / \mu_a = 1,22 / 0,156 = 7,8$ мм.

Отрезок $c'n_4$ проводим параллельно звену CE от точки E к точке C . Через точку n_4 проводим линию перпендикулярно звену CE .

В соответствии со вторым уравнением, учитывая, что ускорения \vec{a}_{E_x} и $\vec{a}_{EE_x}^k$ равны нулю, проводим через полюс π отрезок, параллельный направляющей $x-x$, до пересечения с линией, проведенной перпендикулярно BC из точки n_4 . Точка пересечения и есть искомая точка e' , а направленный отрезок $\pi e'$ определяет ускорение ползуна 5. Положение точки S_4 определяем по принципу подобия, поделив век-

тор полного относительного ускорения на две равные части. Проводим через полюс отрезок $\pi S_4'$, определяющий ускорение центра тяжести шатуна CE . Из построенного плана ускорений определим ускорения точек, м/с^2 :

$$\begin{aligned}a_B &= \pi b' \cdot \mu_a = 49 \cdot 0,156 = 7,64, \\a_C &= \pi c' \cdot \mu_a = 42 \cdot 0,156 = 6,55, \\a_E &= \pi e' \cdot \mu_a = 20 \cdot 0,156 = 3,12, \\a_{S_2} &= \pi S_2 \cdot \mu_a = 60 \cdot 0,156 = 9,36, \\a_{S_3} &= \pi S_3 \cdot \mu_a = 34 \cdot 0,156 = 5,3, \\a_{S_4} &= \pi S_4 \cdot \mu_a = 27 \cdot 0,156 = 4,21.\end{aligned}$$

Величины угловых ускорений ε_2 , ε_3 и ε_4 звеньев 2, 3 и 4 определим из уравнений, $1/\text{с}^2$:

$$\begin{aligned}e_2 &= \frac{a_{BA}^\tau}{l_{AB}} = \frac{n_2 b' \cdot \mu_a}{l_{AB}} = \frac{14 \cdot 0,156}{0,5} = 4,37, \\e_3 &= \frac{a_{BD}^\tau}{l_{BD}} = \frac{n_3 b' \cdot \mu_a}{l_{BD}} = \frac{40 \cdot 0,156}{0,3} = 20,8, \\e_4 &= \frac{a_{EC}^\tau}{l_{EC}} = \frac{n_4 e' \cdot \mu_a}{l_{EC}} = \frac{42 \cdot 0,156}{0,5} = 13,1.\end{aligned}$$

Перенесем вектор касательного ускорения \vec{a}_{BA}^τ точки B относительно точки A , изображенный направленным отрезком $n_2 b'$, с плана ускорений в точку B плана механизма и найдем направление углового ускорения ε_2 звена AB . В данном случае угловое ускорение ε_2 направлено против часовой стрелки. Аналогично находим направления ускорений ε_3 и ε_4 . Угловое ускорение ε_3 звена 3 направлено по часовой стрелке, а ε_4 — против часовой стрелки.

Кинематический анализ механизма с группами Ассура 2-го класса 3-го и 5-го вида

Кривошип 1, вращаясь с заданной постоянной угловой скоростью ω_1 вокруг точки O , перемещает камень 2. Камень заставляет кулису 3 качаться относительно точки A . Точка C кулисы, действуя на ползун 4, поступательно перемещает выходное звено 5 по неподвижной направляющей $x-x$ (рис. 3.24).

Дано: положение кривошипа OB ; длины всех звеньев в метрах: l_{OB} ; l_{AB} ; l_{AC} ; расстояние l_{AO} между неподвижными шарнирами A и O , а также кратчайшее расстояние от неподвижной направляющей $x-x$ до опоры O .

Требуется: построить планы скоростей и ускорений для данного положения механизма, определить величины и направления скоростей и ускорений всех точек, указанных на механизме, а также угловые скорости и угловые ускорения звеньев.

Механизм состоит из двух групп Ассура 2-го класса 3-го и 5-го видов и механизма 1-го класса.

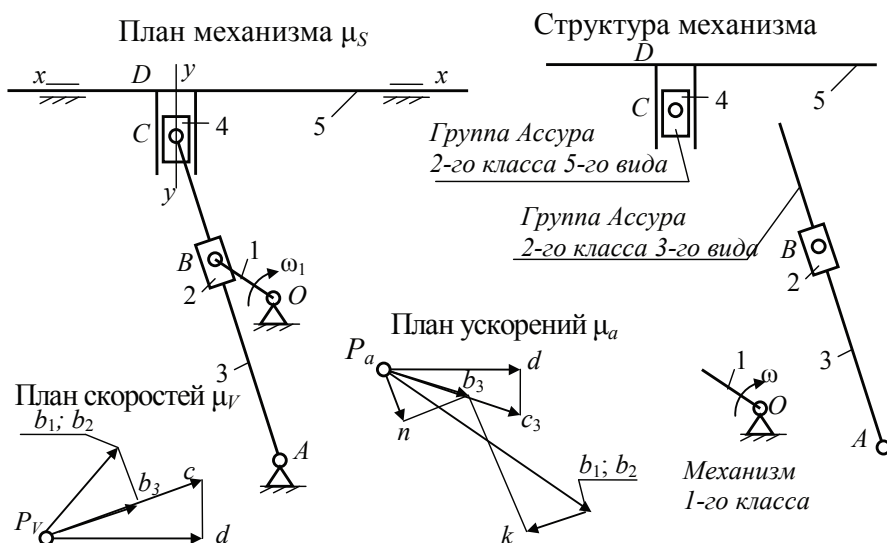


Рис. 3.24. Структурный и кинематический анализ кулисного механизма

Скорости точек B_1 и B_2 , принадлежащих соответственно кривошипу 1 и камню 2, равны:

$$\vec{V}_{B_1} = \vec{V}_{B_2} \perp AB;$$

$$V_{B_1} = V_{B_2} = \omega_1 l_{OB}.$$

Скорость точки B_3 кулисы 3

$$\vec{V}_{B_3} = \vec{V}_{B_2} + \vec{V}_{B_3 B_2}, (\vec{V}_{B_3 B_2} \parallel AC);$$

$$\vec{V}_{B_3} = \vec{V}_A + \vec{V}_{B_3 A}, (\vec{V}_{B_3 A} \perp AC).$$

Скорость точки C_3 кулисы определяем по правилу подобия

$$\frac{V_{C_3A}}{V_{B_3A}} = \frac{P_V c_3}{P_V b_3} = \frac{l_{AC}}{l_{AB}}, \text{ откуда } P_V c_3 = P_V b_3 l_{CA} / l_{AB}.$$

Скорости точек C_4 и C_3 , принадлежащих соответственно звеньям 4 и 5, равны между собой.

Скорость D звена 5:

$$\begin{aligned} \vec{V}_D &= \vec{V}_{C_4} + V_{DC_4}, \quad (\vec{V}_{DC_4} \parallel yu); \\ \vec{V}_D &= \vec{V}_{D_X} + \vec{V}_{DD_X}, \quad (\vec{V}_{D_X} = 0; \vec{V}_{DD_X} \parallel xx). \end{aligned}$$

На рис. 3.23 слева внизу изображен план скоростей. Пользуясь им, определяем скорости точек D и C :

$$V_D = (P_V d) \mu_V; \quad V_C = (P_V c) \mu_V.$$

Угловая скорость кулисы, направленная по вращению часовой стрелки, равна:

$$\omega_3 = \omega_2 = (P_V c) \mu_V / l_{CB}.$$

Относительная скорость $\vec{V}_{B_3 B_2}$ кулисы 3 относительно камня 2 направлена вниз параллельно звену BC и равна

$$V_{B_3 B_2} = (b_2 b_3) \mu_V.$$

Индексами в скобках обозначены длины отрезков на плане скоростей в миллиметрах.

Определение ускорений точек и звеньев механизма

Ускорения точек B_1 и B_2 , принадлежащих соответственно кривошипу 1 и камню 2:

$$\vec{a}_{B_1} = \vec{a}_{B_2} = \vec{a}_O + \vec{a}_{B_1 O}^n + \vec{a}_{B_1 O}^t,$$

где $\vec{a}_O = 0$; $\vec{a}_{B_1 O}^n$ — нормальное (центростремительное) ускорение,

$$\vec{a}_{B_1 O}^n \parallel BO; \quad a_{B_1 O}^n = \omega_1^2 l_{OB},$$

где $\vec{a}_{B_1 O}^t$ — тангенциальное (касательное) ускорение,

$$\vec{a}_{B_1 O}^t \perp BO; \quad a_{B_1 O}^t = \varepsilon_1 l_{OB} = 0,$$

т. к. в рассматриваемом примере угловое ускорение кривошипа $\varepsilon_1 = 0$.

Построение плана ускорений показано на рис. 3.24.

Запишем векторные уравнения для определения ускорения точки B_3 кулисы AC :

$$\begin{aligned}\vec{a}_{B_3} &= \vec{a}_{B_2} + \vec{a}_{B_3B_2}^k + \vec{a}_{B_3B_2}^r, (\vec{a}_{B_3B_2}^k \perp AC; a_{B_3B_2}^k = 2\omega_3 V_{B_3B_2}; \vec{a}_{B_3B_2}^r \parallel AC); \\ \vec{a}_{B_3} &= \vec{a}_A + \vec{a}_{B_3A}^n + \vec{a}_{B_3A}^\phi, (\vec{a}_{B_3A}^n \parallel BA; a_{B_3A}^n = \omega_3^2 l_{AB}; \vec{a}_{B_3A}^\phi \perp AB).\end{aligned}$$

Ускорение точки C кулисы определяем по правилу подобия:

$$\frac{a_C}{a_{B_3}} = \frac{P_a c}{P_a b_3} = \frac{l_{AC}}{l_{AB}}, \text{ откуда } P_a c = (P_a a_3) l_{AC} / l_{AB}.$$

Ускорение точки D звена 5 найдем из графического решения следующих векторных уравнений:

$$\begin{aligned}\vec{a}_D &= \vec{a}_C + \vec{a}_{DC}, (\vec{a}_{DC} // y); \\ \vec{a}_D &\parallel x.\end{aligned}$$

Пользуясь планом ускорений, определяем ускорения точек:

$$a_D = (P_a d) \mu_a; a_C = (P_a c) \mu_a; a_{A3} = (P_a a_3) \mu_a.$$

Угловое ускорение кулисы направлено по вращению часовой стрелки и равно

$$\varepsilon_3 = \varepsilon_2 = (nb_3) \mu_a / l_{AB}.$$

4. Движение машины под действием заданных сил и силовой расчет механизмов

Определение параметров динамических моделей

Исследование движения машины под действием заданных сил в общем случае очень сложно, так как механизм может иметь много звеньев с различными массами, которые двигаются с различными скоростями, при этом на звенья действуют различные силы. Поэтому для механизмов используют динамическую модель. В простейшем случае механизм можно представить в виде одномассовой модели.

С помощью такой модели решаются многие задачи динамического исследования, однако эта модель, как и все другие, не является всеобщей. Тем не менее такие модели позволяют во многих случаях получить результаты расчета скоростей и ускорений звеньев и динамических нагрузок. В дальнейшем рассмотрены механизмы с жесткими звеньями. Примеры одномассовых динамических моделей таких механизмов представлены на рис. 4.1.

На рис. 4.1, а изображена кинематическая схема кривошипно-ползунного рычажного механизма с жесткими звеньями и одной степенью свободы. Движение всех звеньев такого механизма полностью определяется законом движения $\varphi, \omega, \varepsilon$ начального звена OA , где φ — угол поворота; ω — угловая скорость, ε — угловое ускорение начального звена. Эти кинематические характеристики будут идентичными для исходного механизма и модели, если инерционные характеристики динамической модели определены из условия равенства кинетических энергий реальной системы и ее модели, а силы и моменты F_C и M_C , действующие на механизм, заменены приведенными силами,

приложенными к модели в точке приведения A , либо приведенным моментом (рис. 4.1, в).

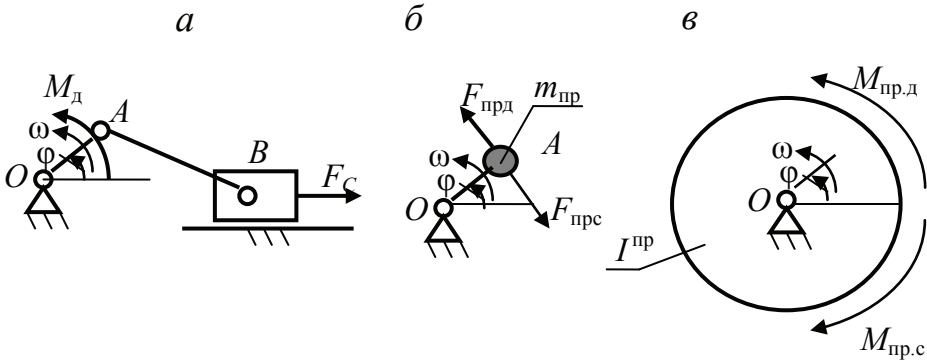


Рис. 4.1. Механизм с жесткими звеньями:

a — кинематическая схема, $б$ и $в$ — динамические модели механизма

При использовании обеих динамических моделей (см. рис. 4.1, б, в) результаты расчета закона движения звена приведения будут одинаковы, поэтому жесткие динамические модели с приведенными массой и моментом инерции эквивалентны.

Приведение сил и масс в механизмах

Согласно определению приведенный момент инерции

$$I_{пр} = \frac{\sum_{i=1}^n (m_i V_{Si}^2 + I_{Si} \omega_i^2)}{\omega_{OA}^2}, \quad (4.1)$$

где m_i , I_{Si} — масса и осевой момент инерции относительно оси, проходящей через центр масс i -го звена; V_{Si} , ω_i — соответственно скорость масс i -го звена и угловая скорость i -го звена; V_A — скорость точки приведения; ω_{OA} — угловая скорость звена приведения.

Приведенный момент равен:

$$M_{пр} = \frac{\sum_{k=1}^m N_k}{\omega_{OA}} = \frac{\sum_{k=1}^m (F_k V_k \cos \alpha_k + M_k \omega_k)}{\omega_{OA}}, \quad (4.2)$$

где F_k — величина приводимой силы, приложенной в точке k механизма; V_k — скорость точки k ; α_k — угол между векторами \vec{F}_k , \vec{V}_k ; M_k — момент, приложенный к звену k ; ω_k — угловая скорость k -го звена.

В проекте требуется определить приведенный момент инерции и приведенный момент сил для рассматриваемого в проекте положения механизма.

4.2. Кинетостатический расчет механизмов

Задачей силового расчета является определение сил, действующих на звенья механизма, и сил взаимодействия этих звеньев, т. е. реакций во всех кинематических парах. Зная реакции, можно в дальнейшем выполнить расчет звеньев на прочность и выбрать подшипники. Кроме этого, при силовом расчете определяется сила, действующая со стороны привода на ведущее звено.

При силовом расчете пользуются принципом Даламбера. Согласно этому принципу, если к звеньям механизма приложить активные силы и моменты пар сил, а также силы инерции и моменты пар сил инерции, то можно условно считать, что система сил находится в равновесии и к ней применимы уравнения статики. Этот принцип носит еще одно название — принцип кинетостатики.

Для использования принципа кинетостатики необходимо уметь определять направления и величины сил и моментов сил инерции звеньев. В общем случае все силы инерции звена плоского механизма, совершающего плоскопараллельное движение и имеющего плоскость симметрии, параллельную оси движения, приводятся к главному вектору сил инерции F_u , приложенному в центре тяжести звена S , и к главному моменту пары сил инерции M_u (рис. 4.2).

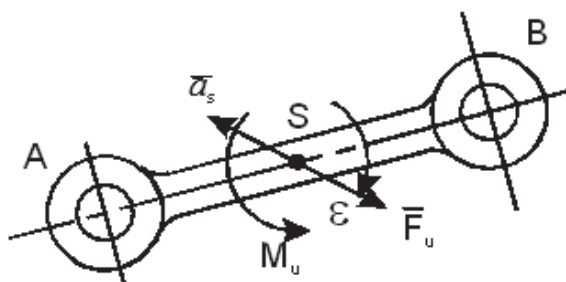


Рис. 4.2. Сила и момент инерции звена плоского механизма

Сила инерции прикладывается к центру звена S и направлена в сторону, противоположную направлению полного ускорения точки S .

$$\vec{F}_u = -m\vec{a}_S,$$

где \vec{F}_u — вектор сил инерции звена, Н; m — масса звена, кг; \vec{a}_S — вектор абсолютного ускорения центра тяжести звена, м/с².

Момент пары сил инерции M_u направлен в сторону, противоположную направлению углового ускорения звена $\vec{\epsilon}$, и равен

$$\vec{M}_u = -I_S \cdot \vec{\epsilon},$$

где I_S — момент инерции звена относительно оси, проходящей через центр тяжести S , перпендикулярной к плоскости движения звена, измеряется в кг·м².

Определение сил взаимодействия звеньев возможно в том случае, когда задача является статически определимой, т. е. число уравнений статики должно быть равно числу неизвестных. Несложно доказать, что группы Ассура статически определимы. Поэтому силовой расчет производится не сразу для всего механизма или для отдельных звеньев, а по группам Ассура, входящим в его состав. Рассмотрев силовой расчет отдельных групп Ассура, можно будет производить расчет механизмов, составленных из этих групп.

Силовой расчет групп Ассура 2-го класса

Силовой расчет групп Ассура 2-го класса 1-го вида

Сначала определяются все активные силы (силы тяжести звеньев, силы технологического сопротивления), а также силы и моменты сил инерции звеньев. Векторы этих сил прикладываются на план группы Ассура, вычерченный в масштабе. В рассмотренных ниже силовых расчетах групп Ассура эти силы заменены их равнодействующими силами F_i , действующими на i -е звено.

Затем прикладываются составляющие неизвестных реакций R_{12} , R_{43} , R_{23} в кинематических парах. Далее определяются неизвестные величины и направления реакций.

Изобразим в масштабе группу Ассура 2-го класса 1-го вида и приложим к звеньям группы все силы и моменты пар сил (рис. 4.3). При

этом все силы, действующие на звено, приведем к одной силе, все моменты пар сил — к одному моменту.

Примем следующие обозначения. Звено, к которому присоединяется звено AB , обозначим номером 1, звено AB — номером 2, звено BC — номером 3, звено, присоединенное к BC , — номером 4. Силы и моменты пар сил имеют индексы номеров звеньев, к которым они приложены.

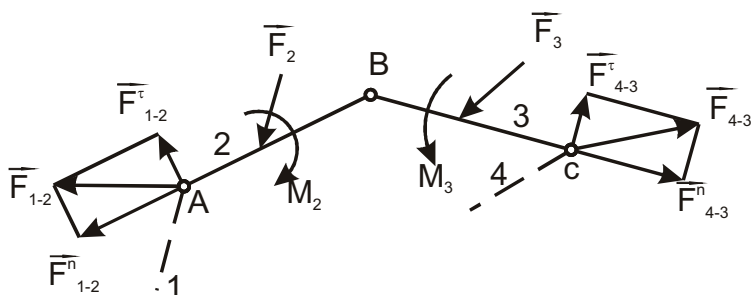


Рис. 4.3. Группы Ассура 2-го класса 1-го вида

Силы взаимодействия звеньев будем обозначать двумя цифрами, разделенными чертой. Первая цифра обозначает номер звена, которое действует на звено, обозначенное второй цифрой, например: F_{1-2} — сила действия звена 1 на звено 2.

Пусть звенья группы Ассура 2-го класса 1-го вида нагружены силами F_2 и F_3 и моментами M_2 и M_3 . Требуется определить реакции в кинематических парах A , B и C , т. е. F_{1-2} , F_{2-3} , F_{4-3} , которые являются силами взаимодействия звеньев.

У реакций F_{1-2} и F_{4-3} известны только точки их приложения — в центре шарниров A и C . Для определения величин этих сил раскладываем каждую из них на две составляющие. Реакцию F_{1-2} разложим на F_{1-2}^n — нормальную, направленную вдоль звена AB , и F_{1-2}^τ — касательную, направленную перпендикулярно звену AB . Составляющие реакции F_{4-3} разложим на F_{4-3}^n — нормальную, направленную вдоль звена BC , и F_{4-3}^τ — касательную, направленную перпендикулярно звену BC .

Определим составляющие F_{1-2}^τ и F_{4-3}^τ из уравнения равновесия звеньев 2 и 3, рассмотренных по отдельности.

Из условия равновесия моментов сил, действующих на звено 2 относительно точки B , имеем

$$\sum M_{B(\text{звена } 2)} = -M_2 + M_B(F_2) - F_{1-2}^\tau l_{AB} = 0,$$

откуда

$$F_{1-2}^{\tau} = [-M_2 + M_B(F_2)]/l_{AB},$$

где $M_B(F_2)$ — момент силы F_2 относительно точки B ; l_{AB} — длина звена AB .

Если после определения F_{1-2}^{τ} она окажется отрицательной, то ее истинное направление должно быть выбрано противоположным.

Аналогичным образом определяем величину составляющей F_{4-3}^{τ} , рассматривая равновесие звена BC :

$$\sum M_{B(\text{звена } 3)} = M_3 - M_B(F_3) + F_{4-3}^{\tau} l_{CB} = 0;$$

$$F_{4-3}^{\tau} = [-M_3 + M_B(F_3)]/l_{CB}.$$

Теперь рассмотрим равновесие всех сил, действующих на группу Ассура. Уравнение равновесия сил запишем в векторной форме, начиная с известных сил. Неизвестные нормальные составляющие реакций записываем в конце уравнения:

$$\vec{F}_{1-2}^{\tau} + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_{4-3}^{\tau} + \vec{F}_{4-3}^n + \vec{F}_{1-2}^n = 0.$$

Последнее уравнение равновесия решаем графически путем построения плана сил (рис. 4.4). Силовой многоугольник должен быть замкнутым. Строим силовой многоугольник в соответствии с последним уравнением. Из произвольной точки k отложим вектор \vec{F}_{1-2}^{τ} , затем последовательно суммируем силы \vec{F}_2 , \vec{F}_3 , \vec{F}_{4-3}^{τ} . Все векторы строим с масштабным коэффициентом μ_F , Н/мм.

Замкнем силовой многоугольник следующим образом. Из конца вектора \vec{F}_{4-3}^{τ} проведем прямую по направлению \vec{F}_{4-3}^n , а из точки k — прямую по направлению \vec{F}_{1-2}^n . В точке пересечения этих прямых будут находиться конец вектора \vec{F}_{4-3}^n и начало вектора \vec{F}_{1-2}^n . Векторы \vec{F}_{1-2}^n и \vec{F}_{4-3}^n получаем в соответствии с уравнениями

$$\vec{F}_{1-2}^n = \vec{F}_{1-2}^{\tau} + \vec{F}_{1-2}^{\tau}; \quad \vec{F}_{4-3}^n = \vec{F}_{4-3}^{\tau} + \vec{F}_{4-3}^{\tau}.$$

Для определения реакции в кинематической паре B рассмотрим равновесие 2-го звена, мысленно отсоединив звено 3. Действие звена 3 заменим силой F_{3-2} . Запишем условие равновесия сил, действующих на звено AB :

$$\vec{F}_{1-2} + \vec{F}_2 + \vec{F}_{3-2} = 0.$$

Строим это уравнение, используя уже построенный план сил. Для определения \vec{F}_{3-2} необходимо замкнуть силовой треугольник в соответствии с последним уравнением, т.е. соединить конец вектора \vec{F}_2 с началом вектора \vec{F}_{1-2} .

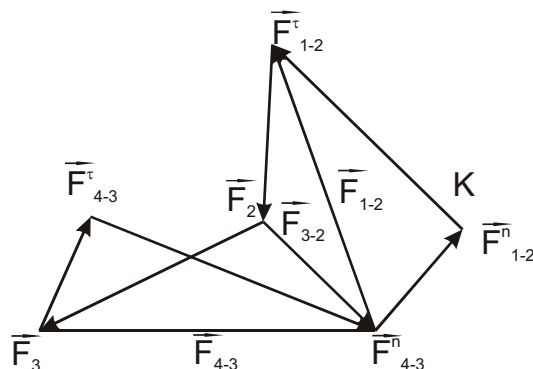


Рис. 4.4. План сил группы Ассура 2-го класса 1-го вида

Силовой расчет группы Ассура 2-го класса 2-го вида

Группа второго вида имеет одну внешнюю поступательную пару C с направляющей $x-x$ (рис. 4.5).

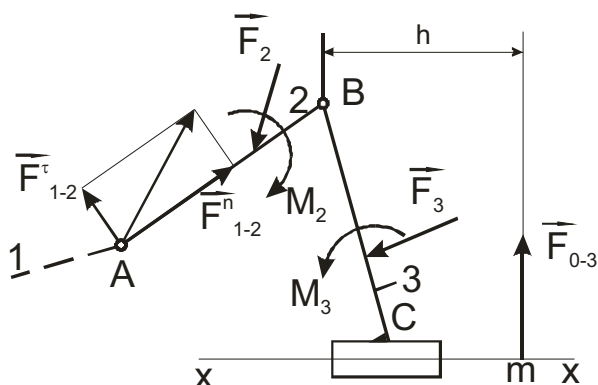


Рис. 4.5. Группа Ассура 2-го класса 2-го вида

Дано: силы F_2 и F_3 , а также пары сил с моментами M_2 и M_3 , действующие на звенья.

Требуется определить: реакции кинематических пар \vec{F}_{1-2} , \vec{F}_{3-2} , \vec{F}_{0-3} и плечо силы \vec{F}_{0-3} относительно точки B .

Для реакции \vec{F}_{1-2} известна точка ее приложения, неизвестными являются направление и величина. Реакция \vec{F}_{0-3} перпендикулярна к оси $x-x$ направляющей. Неизвестными являются точка ее приложения и величина. Разложим силу \vec{F}_{1-2} на две составляющие — нормальную \vec{F}_{1-2}^n , направленную вдоль звена AB , и касательную \vec{F}_{1-2}^t , направленную по нормали к прямой AB .

Величину составляющей F_{1-2}^t определим из условия равновесия моментов сил, действующих на звено 2 относительно точки B :

$$\sum M_{B(\text{звена } 2)} = -M_2 + M_B(F_2) - F_{1-2}^t l_{AB} = 0,$$

откуда

$$F_{1-2}^t = [-M_2 + M_B(F_2)]/l_{AB}.$$

Рассмотрим равновесие сил, действующих на группу Ассура:

$$\vec{F}_{1-2}^t + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_{0-3} + \vec{F}_{1-2}^n = 0.$$

В этом уравнении неизвестны по величине силы \vec{F}_{1-2}^n и \vec{F}_{0-3} . Построим план сил, для чего из произвольной точки k (рис. 4.6) откладываем в выбранном масштабе сил μ_F , Н/мм, вектор \vec{F}_{1-2}^t , к нему последовательно прибавляем силы \vec{F}_2 и \vec{F}_3 в том же масштабе.

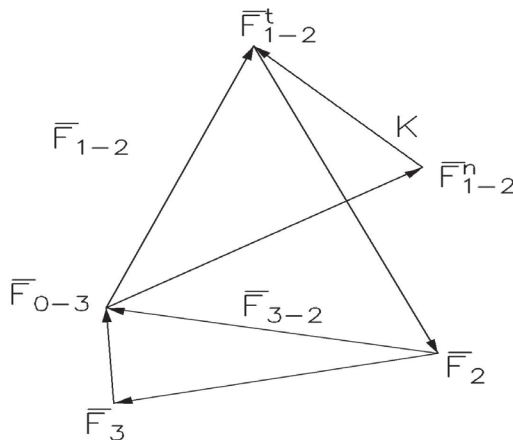


Рис. 4.6. План сил группы Ассура 2-го класса 2-го вида

Замыкая силовой многоугольник, находим \vec{F}_{1-2}^n и \vec{F}_{0-3} .

Реакцию в паре B определим из условия равновесия сил звена AB , которые запишем в векторной форме:

$$\vec{F}_{1-2} + \vec{F}_2 + \vec{F}_{3-2} = 0.$$

Таким образом, для определения \vec{F}_{3-2} достаточно соединить на имеющемся плане сил конец вектора \vec{F}_2 с началом вектора \vec{F}_{1-2} .

Плечо h силы \vec{F}_{0-3} относительно точки B определим из следующего условия равновесия моментов, действующих на звено BC относительно точки B (рис. 4.4):

$$\sum M_{B(\text{звена } 3)} = M_3 - M_B(F_3) + F_{0-3}h = 0,$$

откуда $h = [M_B(F_3) - M_3]/F_{0-3}$.

Силовой расчет группы Ассура 2-го класса 3-го вида

Группа Ассура 2-го класса 3-го вида, изображенная в масштабе μ_l , показана на рис. 4.7, *a*.

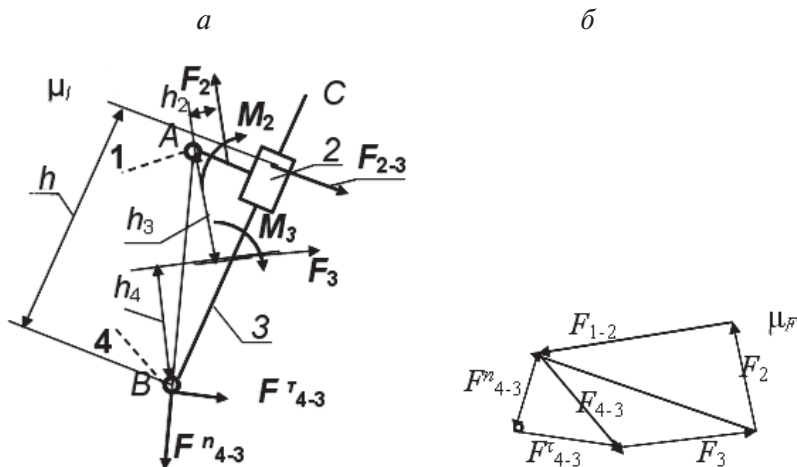


Рис. 4.7. Силовой расчет групп Ассура 2-го класса 3-го вида:

a — план группы Ассура, выполненный в масштабе μ_l , м/мм;

б — план сил, выполненный в масштабе μ_F , Н/мм

Дано: силы F_2 и F_3 , а также пары сил с моментами M_2 и M_3 , действующие на звенья.

Штриховыми линиями обозначены звенья 1 и 4, к которым была присоединена группа Ассура. Действие этих звеньев заменяем реактивными силами \vec{F}_{1-2} и \vec{F}_{4-3} .

Требуется определить: \vec{F}_{1-2} , \vec{F}_{2-3} , \vec{F}_{4-3} и плечо h силы \vec{F}_{2-3} относительно точки B .

Разложим реакцию \vec{F}_{4-3} на ортогональные составляющие \vec{F}_{4-3}^τ и \vec{F}_{4-3}^n . Силу \vec{F}_{4-3}^n направим по линии AC , соединяющей вращательные пары, а \vec{F}_{4-3}^τ — перпендикулярно линии AC . В зоне поступательной кинематической пары приложим реакцию \vec{F}_{2-3} перпендикулярно линии BC . Величину составляющей \vec{F}_{4-3}^τ определим из условия равновесия моментов сил, действующих на группу Ассура относительно точки A звена AB :

$$\Sigma M_{A(\text{гр. Ассура})} = -M_2 - M_3 + F_2 h_2 \mu_l + F_3 h_3 \mu_l + F_{4-3}^\tau l_{AB} = 0.$$

Откуда $F_{4-3}^\tau = (M_2 + M_3 - F_2 h_2 \mu_l - F_3 h_3 \mu_l) / l_{AB}$.

Из условия равновесия векторов сил, действующих на звено 3, имеем

$$\Sigma \vec{F}_{(\text{Звена 3})} = \vec{F}_{4-3}^\tau + \vec{F}_3 + \vec{F}_{2-3} + \vec{F}_{4-3}^n = 0.$$

По этому уравнению построим план сил для звена 3, начиная с точки, отмеченной кружком (рис. 4.7, б). Из плана сил находим \vec{F}_{2-3} и \vec{F}_{4-3}^n .

Запишем условия равновесия векторов сил, действующих на звено 2:

$$\Sigma \vec{F}_{(\text{Звена 2})} = \vec{F}_{3-2} + \vec{F}_2 + \vec{F}_{1-2} = 0,$$

дополним существующий план сил графическим решением этого уравнения. Умножая длины векторов реактивных сил, изображенных на плане сил, получим абсолютные значения неизвестных реакций.

Плечо h приложения силы \vec{F}_{2-3} найдем из следующего уравнения:

$$\Sigma M_{B(\text{звена 3})} = -M_3 - F_3 h_4 \mu_l - F_{2-3} h = 0.$$

Откуда

$$h = (-M_3 - F_3 h_4 \mu_l) / F_{2-3}.$$

В плане сил (рис. 4.7, б) вектор \vec{F}_{2-3} направлен противоположно этому же вектору в расчетной схеме (рис. 4.7, а). Поэтому в последнем равенстве величину силы F_{2-3} следует ставить со знаком «минус».

Кинетостатика начального звена

В результате силового расчета всех групп, образующих механизм, была определена сила \vec{F}_{1-2} воздействия кривошипа на смежное с ним звено 2. Сила действия 2-го звена на кривошип 1 равна

$$\vec{F}_{2-1} = -\vec{F}_{1-2}.$$

Движение начального звена 1 рабочей машины осуществляется двигателем через пару зубчатых колес (рис. 4.8, *а*), или при помощи муфты (рис. 4.8, *б*). В первом случае воздействие привода на кривошип осуществляется уравнивающей силой \vec{F}_y , приложенной в полюсе зацепления P под углом зацепления α , во втором случае — уравнивающим моментом M_y .

Рассмотрим первый случай, когда движение начального звена 1 осуществляется двигателем, через пару зубчатых колес (рис. 4.9, *а*). Звено вращается с постоянной угловой скоростью ω_1 . На это звено действуют следующие силы: сила F_{2-1} , приложенная в точке A , уравнивающая сила \vec{F}_y , приложенная в полюсе P зацепления колес, реакция стойки F_{0-1} , приложенная в точке O . Кроме того, на него действуют сила веса звена G_1 , сила инерции $F_{и1}$, приложенные в центре масс S_1 звена 1. Неизвестными являются силы \vec{F}_y и \vec{F}_{0-1} .

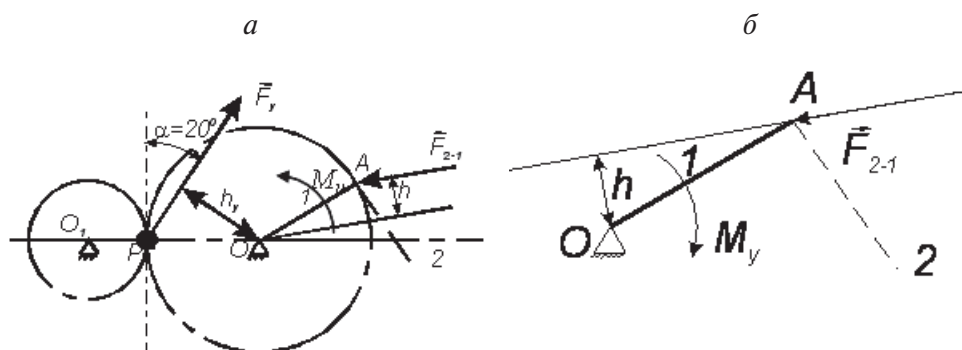


Рис. 4.8. Действие уравнивающей силы F_y или уравнивающего момента M_y на начальное звено:

- а* — схема с передачей движения через зубчатые колеса;
б — схема с передачей движения через муфту

Уравновешивающую силу определяем из уравнения равновесия ведущего звена, приравняв к нулю сумму моментов всех сил относительно точки O :

$$\sum M_O = \mu_S (-F_{2-1} h_1 - G_1 h_2 + F_y h_y) = 0.$$

Откуда $F_y = (F_{2-1} h_1 + G_1 h_2) / h_y$.

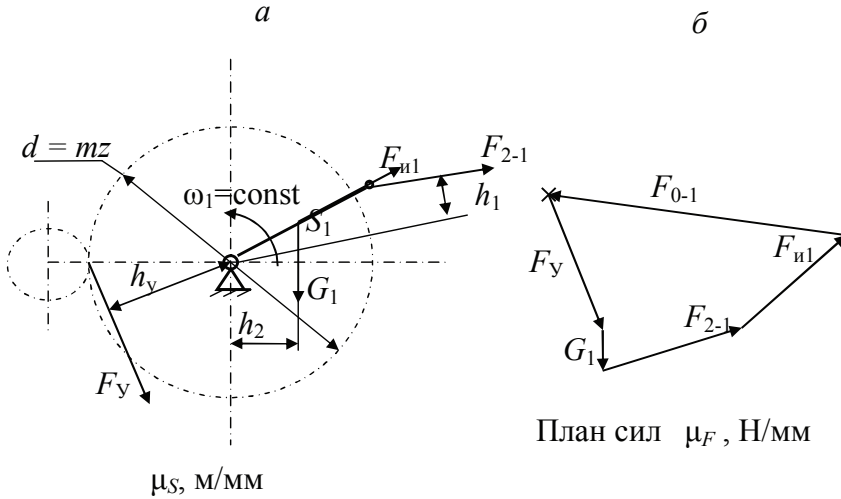


Рис. 4.9. Силовой расчет начального звена

Для определения F_{0-1} построим план сил (рис. 4.9, б) в соответствии с векторным уравнением, соблюдая масштабный коэффициент μ_F :

$$\sum \vec{F} = \vec{F}_y + \vec{G}_1 + \vec{F}_{2-1} + \vec{F}_{y1} + \vec{F}_{0-1} = 0.$$

Последовательность силового расчета

На рис. 4.10 показан механизм, состоящий из группы начальных звеньев, к которой присоединены группы Ассур $ABCD$ и CE , с приложенными к ним силами. Установим последовательность силового расчета такого механизма.

Если начать расчет механизма с начального звена OA , то неизвестными окажутся силы в парах O и A . Кроме того, будет неизвестна уравновешивающая сила F_y , приложенная в зацеплении зубчатых колес. Таким образом, будет пять неизвестных, так как векторы реакций в па-

рах O и A определяются двумя неизвестными параметрами каждый (величиной и направлением). Для определения этих неизвестных можно составить только три уравнения статики, рассмотрев равновесие сил, приложенных к звену OA . Следовательно, начинать расчет с начального звена нельзя. Если же начать силовой расчет с группы $ABCD$, то можно составить только шесть уравнений статики, неизвестных же будет восемь: составляющие реакций в парах A , B , C и D . Поэтому начинать силовой расчет с этой группы также нельзя.

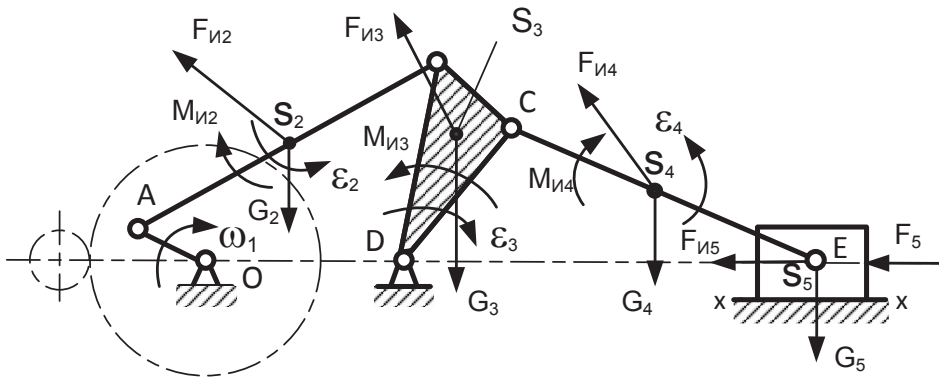


Рис. 4.10. Кинематическая схема шестизвенного механизма, $\mu_5 = 0,01$ м/мм

Остается последняя группа CE , рассмотрев которую найдем векторы реакций \vec{F}_{3-4} и \vec{F}_{0-5} в парах C и E . Это уже дает возможность решить задачу силового расчета группы $ABCD$, так как реакция \vec{F}_{4-3} в паре C равна и противоположно направлена вектору \vec{F}_{3-4} . Затем можно переходить к расчету ведущего звена.

Следовательно, устанавливается вполне определенная последовательность силового расчета механизма. Начинается расчет с последней группы, которая была присоединена в порядке присоединения ее к механизму 1-го класса, затем ведется расчет предпоследней группы и т. д. и заканчивается ведущим звеном.

Пример силового расчета рычажного механизма

Для рычажного механизма (см. рис. 4.10) дано: размеры звеньев, закон движения начального звена OA , положения центров тяжести звеньев. Массы звеньев $m_2 = 10$ кг, $m_3 = 15$ кг, $m_4 = 10$ кг, $m_5 = 20$ кг. Мо-

менты инерции звеньев относительно центральных осей, проходящих через их центры тяжести: $I_{S2} = 0,2 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$, $I_{S3} = 0,3 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$, $I_{S4} = 0,2 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$. Сила полезного сопротивления $F_5 = 300 \text{ Н}$.

В нашем примере массу кривошипа OA не учитываем вследствие ее малости. Угловое ускорение начального звена $\varepsilon_1 = 0$. Для данного положения механизма построен план ускорений и определены ускорения центров тяжести звеньев и их угловые ускорения. План ускорений показан на рис. 4.11.

Начальное звено приводится в движение через пару прямозубых цилиндрических зубчатых колес с числом зубов $z_1 = 30$, $z_2 = 75$; модуль зацепления $m = 4 \text{ мм}$.

Требуется определить внутренние силы в шарнирах и уравновешенную силу F_y .

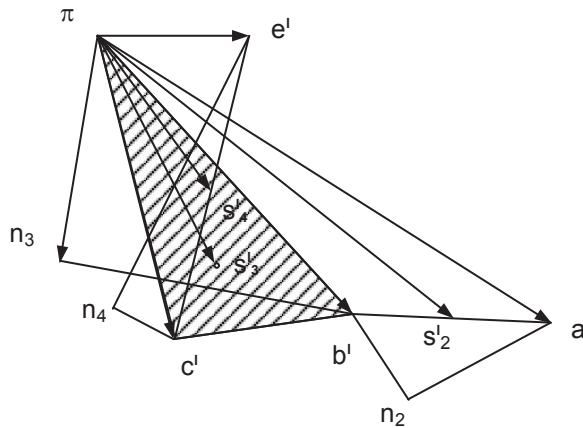


Рис. 4.11. План ускорений механизма, $\mu_a = 0,156 \text{ м}/(\text{с}^2 \text{ мм})$

Решение

Определим силы тяжести звеньев:

$$G_2 = m_2 g = 10 \cdot 9,81 = 98,1 \text{ Н}; \quad G_3 = m_3 g = 15 \cdot 9,81 = 147,15 \text{ Н};$$

$$G_4 = m_4 g = 10 \cdot 9,81 = 98,1 \text{ Н}; \quad G_5 = m_5 g = 20 \cdot 9,81 = 196,2 \text{ Н}.$$

Определим силы инерции и моменты пар сил инерции звеньев. Вектор сил \vec{F}_{ni} инерции i -го звена направлен противоположно ускорению его центра масс \vec{a}_{Si} . Вектор момента \vec{M}_{ni} инерции i -го звена — противоположно его угловому ускорению $\vec{\varepsilon}_i$. Модули этих векторов указываются с положительным знаком:

$$\begin{aligned}
 F_{и2} &= m_2 a_{S2} = 10 \cdot 9,36 = 93,6 \text{ Н}; F_{и3} = m_3 a_{S3} = 15 \cdot 5,3 = 79,5 \text{ Н}; \\
 F_{и4} &= m_4 a_{S4} = 10 \cdot 4,21 = 42,1 \text{ Н}; F_{и3} = m_3 a_{S3} = 20 \cdot 3,12 = 62,4 \text{ Н}; \\
 M_{и2} &= I_{S2} \varepsilon_2 = 0,2 \cdot 4,37 = 0,87 \text{ Н}\cdot\text{м}; \\
 M_{и3} &= I_{S3} \varepsilon_3 = 0,3 \cdot 20,8 = 6,24 \text{ Н}\cdot\text{м}; \\
 M_{и4} &= I_{S4} \varepsilon_4 = 0,2 \cdot 13,1 = 2,62 \text{ Н}\cdot\text{м}.
 \end{aligned}$$

Силы инерции прикладываем в точки центров тяжести звеньев, направляя их противоположно направлениям ускорений этих точек, а моменты инерции — противоположно угловым ускорениям.

Силовой расчет начинаем с наиболее удаленной от начального звена группы Ассур 2-го класса (рис. 4.12), состоящей из звеньев CE и ползуна E . К шарниру C звена CE прикладываем нормальную \vec{F}_{3-4}^n и касательную \vec{F}_{3-4}^τ составляющие реакции, действующей со стороны звена 3. К ползуну прикладываем реакцию направляющей \vec{F}_{0-5} .

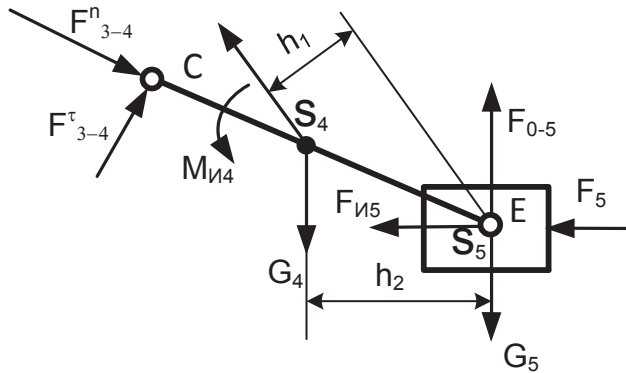


Рис. 4.12. Расчетная схема для группы Ассур 2-го вида, $\mu_s = 0,01$ м/мм

Определим составляющую F_{3-4}^τ из условия равновесия моментов всех сил, действующих на звено CE , относительно точки E :

$$\sum M_{E(\text{звена } 4)} = [-F_{3-4}^\tau (CE) + G_4 h_2 - F_{и4} h_1] \mu_s - M_{и4} = 0.$$

Решая уравнение, получим

$$\begin{aligned}
 F_{3-4}^\tau &= [G_4 h_2 - F_{и4} h_1 - (M_{и4}/\mu_s)]/(CE) = \\
 &= [98,1 \cdot 25 - 42,1 \cdot 19 - (2,62/0,01)]/50 = 27,8 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

В результате решения уравнения сила F_{3-4}^τ получилась со знаком «плюс», что означает правильный выбор ее направления на схеме силового расчета.

Если сила получится со знаком «минус», то в силовом многоугольнике ее необходимо направлять в противоположную сторону.

Для определения величин неизвестных сил \vec{F}_{3-4}^n и \vec{F}_{0-5} составим уравнение равновесия всей группы Ассура в векторной форме:

$$\sum \vec{F}_{\text{гр. Ассура}} = \vec{F}_{3-4}^{\tau} + \vec{G}_4 + \vec{F}_{и4} + \vec{G}_5 + \vec{F}_{и5} + \vec{F}_{0-5} + \vec{F}_{3-4}^n = 0.$$

В соответствии с этим уравнением строим план сил (рис. 4.13) в масштабе $\mu_F = 6 \text{ Н/мм}$. Определим в миллиметрах длину отрезков, которые в плане сил будут изображать силы, указанные в уравнении равновесия.

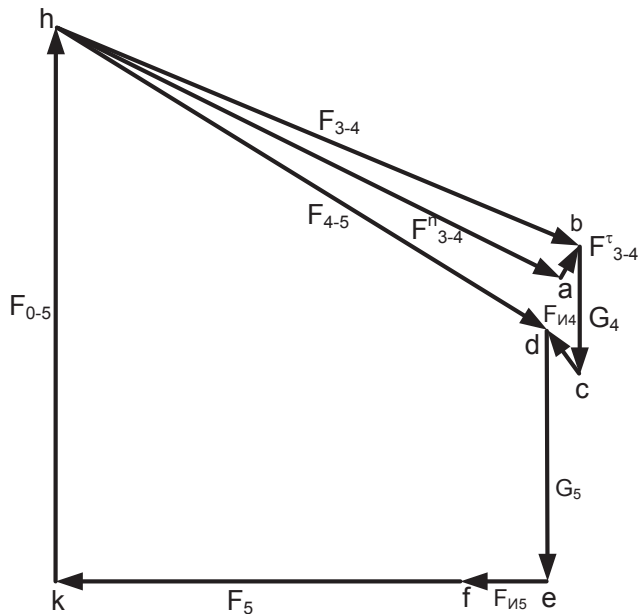


Рис. 4.13. План сил группы Ассура 2-го класса 2-го вида, $\mu_F = 6 \text{ Н/мм}$

$$\begin{aligned} ab &= F_{3-4}^{\tau} / \mu_F = 27,8 / 6 = 4,6; \quad bc = G_4 / \mu_F = 98,1 / 6 = 16,35; \\ cd &= F_{и4} / \mu_F = 42,1 / 6 = 7,0; \quad de = G_5 / \mu_F = 196,2 / 6 = 32,7; \\ ef &= F_{и5} / \mu_F = 62,4 / 6 = 10,4; \quad fk = F_5 / \mu_F = 300 / 6 = 50. \end{aligned}$$

Определим реакцию в шарнире С из уравнения

$$\vec{F}_{3-4} = \vec{F}_{3-4}^n + \vec{F}_{3-4}^{\tau}.$$

Величина этой силы равна $F_{3-4} = (hb) \mu_F = 69 \cdot 6 = 414 \text{ Н}$.

Реакция \vec{F}_{0-5} приложена в центре кинематической пары Е, так как все силы, действующие на звено 5, пересекаются в этой точке.

$$F_{0-5} = (kh)\mu_F = 70 \cdot 6 = 420 \text{ Н.}$$

Давление в шарнире E определим из плана сил, построенного на основе нижеследующего векторного уравнения сил, действующих на ползун:

$$\sum \vec{F}_{\text{звена } 5} = \vec{G}_5 + \vec{F}_{и5} + \vec{F}_5 + \vec{F}_{0-5} + \vec{F}_{4-5} = 0.$$

Силу \vec{F}_{4-5} действия шатуна на ползун определяем, замыкая силовой многоугольник в соответствии с уравнением, для чего конец вектора \vec{F}_{0-5} соединяем с началом вектора \vec{G}_5 (линия hd). Величина этой силы

$$F_{4-5} = (hd) \mu_F = 71 \cdot 6 = 426 \text{ Н.}$$

Переходим к силовому расчету следующей группы Ассур, состоящей из звеньев 2 и 3 (рис. 4.14). В шарнире A прикладываем касательную \vec{F}_{1-2}^{τ} и нормальную \vec{F}_{1-2}^n составляющие силы, действующей на звено AB со стороны кривошипа. В точке D прикладываем касательную \vec{F}_{0-3}^{τ} и нормальную \vec{F}_{0-3}^n составляющие реакции, действующие на звено DBC со стороны стойки. Касательные составляющие реакций \vec{F}_{1-2}^{τ} и \vec{F}_{0-3}^{τ} направляем соответственно вдоль звеньев AB и DB . Нормальные составляющие \vec{F}_{1-2}^n и \vec{F}_{0-3}^n — перпендикулярно этим звеньям. Кроме этих сил в точке C прикладываем силу $\vec{F}_{4-3} = -\vec{F}_{3-4}$.

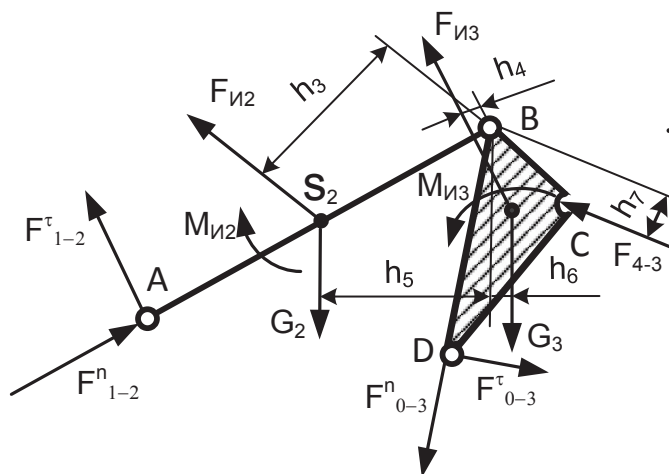


Рис. 4.14. Расчетная схема для группы Ассур 2-го класса 1-го вида,
 $\mu_S = 0,01 \text{ м/мм}$

Определим модуль силы F_{1-2}^{τ} из условия равновесия моментов всех сил, действующих на звено 2, относительно точки B :

$$\sum M_{B(\text{звена } 2)} = [-F_{1-2}^{\tau} (AB) + G_2 h_5 - F_{и2} h_3] \mu_S - M_{и2} = 0.$$

Решая уравнение, получим

$$\begin{aligned} F_{1-2}^{\tau} &= [G_2 h_5 - F_{и2} h_3 - (M_{и2}/\mu_S)]/(AB) = \\ &= [98,1 \cdot 23 - 93,6 \cdot 23 - (0,87/0,01)]/50 = 0,33 \text{ Н}. \end{aligned}$$

Определим силу F_{0-3}^{τ} , рассмотрев равновесие моментов сил звена 3 относительно точки B :

$$\sum M_{B(\text{звена } 3)} = [F_{0-3}^{\tau} (DB) - G_3 h_6 - F_{и3} h_4 - F_{4-3} h_7] \mu_S + M_{и3} = 0.$$

Откуда
$$\begin{aligned} F_{0-3}^{\tau} &= [G_3 h_6 + F_{и3} h_4 + F_{4-3} h_7 - (M_{и3}/\mu_S)]/(DB) = \\ &= [147,15 \cdot 3 + 79,5 \cdot 2,5 + 414 \cdot 6,5 - (6,24/0,01)]/30 = 90,24 \text{ Н}. \end{aligned}$$

Составим уравнение равновесия сил, действующих на группу Ассура:

$$\sum \vec{F}_{\text{гр.Ассура}} = \vec{F}_{1-2}^{\tau} + \vec{G}_2 + \vec{F}_{и2} + \vec{G}_3 + \vec{F}_{и3} + \vec{F}_{4-3} + \vec{F}_{0-3}^{\tau} + \vec{F}_{0-3}^n + \vec{F}_{1-2}^n = 0.$$

Из плана сил, построенного в соответствии с этим уравнением в масштабе $\mu_F = 6 \text{ Н/мм}$, определяем неизвестные составляющие сил \vec{F}_{0-3}^n и \vec{F}_{1-2}^n . Построение плана сил (рис. 4.15) начинаем с точки a .

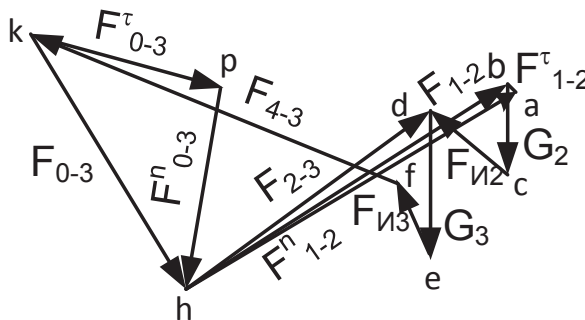


Рис. 4.15. План сил группы Ассура 2-го класса, 1-го вида, $\mu_F = 6 \text{ Н/мм}$

Векторы реакций \vec{F}_{0-3}^{τ} и \vec{F}_{1-2}^{τ} найдем после графического решения следующих уравнений на плане сил (см. рис. 4.15):

$$\vec{F}_{1-2} = \vec{F}_{1-2}^n + \vec{F}_{1-2}^\tau; \vec{F}_{0-3} = \vec{F}_{0-3}^\tau + \vec{F}_{0-3}^n.$$

Модули этих сил соответственно равны

$$F_{0-3} = (kh) \mu_F = 59 \cdot 6 = 336 \text{ Н}; F_{1-2} = (bh) \mu_F = 68 \cdot 6 = 408 \text{ Н}.$$

Реакцию \vec{F}_{2-3} во вращательной паре B можно найти в соответствии с уравнением равновесия сил 3-го звена:

$$\sum \vec{F}_{\text{звена } 3} = \vec{G}_3 + \vec{F}_{и3} + \vec{F}_{4-3} + \vec{F}_{0-3} + \vec{F}_{2-3} = 0.$$

Вектор \vec{F}_{2-3} на плане сил изображен отрезком hd . Величина этой силы равна

$$F_{2-3} = (hd) \mu_F = 54 \cdot 6 = 324 \text{ Н}.$$

Перейдем к силовому расчету начального звена. Определяем диаметры делительных окружностей шестерни и колеса:

$$d_1 = m z_1 = 4 \cdot 30 = 120 \text{ мм}; d_2 = m z_2 = 4 \cdot 75 = 300 \text{ мм}.$$

Палец шарнира A расположен на зубчатом колесе. В соответствии с исходными данными настоящего примера массой начального звена пренебрегаем. Угловое ускорение звена $\varepsilon_1 = 0$. Строим в масштабе μ_s расчетную схему ведущего звена, в полюсе зацепления P прикладываем уравновешивающую силу \vec{F}_y . К концу кривошипа прикладываем силу \vec{F}_{2-1} , которая по модулю равна определенной ранее силе F_{1-2} , но направлена в противоположную сторону (рис. 4.16, a).

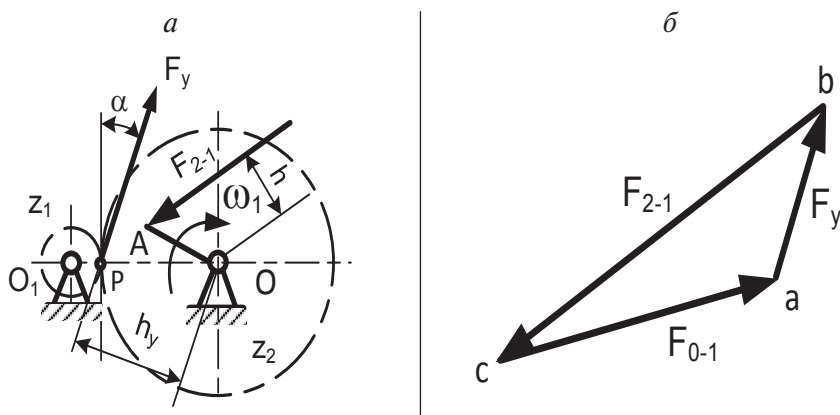


Рис. 4.16. Силовой расчет начального звена:

a — расчетная схема звена, $\mu_s = 0,005 \text{ м/мм}$; b — план сил $\mu_F = 6 \text{ м/мм}$

Величину уравнивающей силы определим из условия равновесия моментов сил начального звена относительно точки O :

$$\sum M_0 = -F_y h_y + F_{2-1} h = 0,$$

откуда
$$F_y = \frac{F_{2-1} h}{h_y} = \frac{408 \cdot 11}{28} = 160 \text{ Н.}$$

Силу \vec{F}_{0-1} в шарнире O определим, построив в масштабе μ_F план сил (рис. 4.16, б) в соответствии с уравнением равновесия ведущего звена в векторной форме:

$$\sum \vec{F}_{\text{звена 3}} = \vec{F}_y + \vec{F}_{2-1} + F_{0-1} + \vec{F}_{2-3} = 0.$$

Величина реакции стойки $F_{0-1} = (ca) \mu_F = 50 \cdot 6 = 300 \text{ Н.}$

Определение уравнивающей силы при помощи теоремы Н. Е. Жуковского о жестком рычаге

Уравнивающую силу F_y можно определить, не прибегая к построению планов сил, пользуясь теоремой Жуковского о жестком рычаге. Эта теорема формулируется следующим образом: если все силы, действующие на движущиеся звенья механизма, в том числе и уравнивающую силу, приложить в соответствующих точках повернутого на 90° плана скоростей, то сумма моментов всех сил относительно полюса плана скоростей равна нулю.

Пример определения уравнивающей силы методом
Н. Е. Жуковского

Для кривошипно-ползунного механизма, изображенного на рис. 4.17, требуется определить уравнивающую силу P_y , приложенную в точке K зубчатого колеса, жестко связанного с кривошипом OA .

Известны длины звеньев механизма, веса G_2 , G_3 , силы инерции $F_{и2}$, $F_{и3}$ звеньев, главный момент сил инерции шатуна AB и сила F_3 полезного сопротивления, приложенная к ползуну B . Центр масс кривошипа OA расположен в точке O .

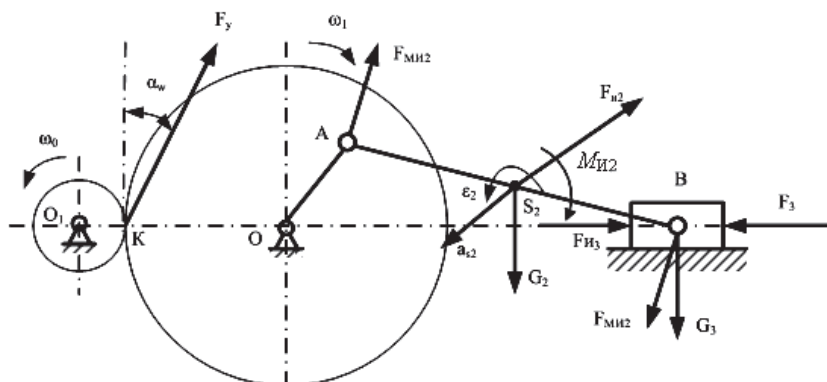


Рис. 4.17. Кинематическая схема механизма

Решение

Главный момент сил инерции $M_{И2}$ шатуна заменим парой сил $F_{MИ2}$, приложенных в точках A и B .

$$F_{MИ2} = M_{И2}/l_{AB}.$$

Переносим все силы с плана механизма, включая F_y , в соответствующие точки плана скоростей, предварительно повернув их на 90° по направлению движения часовой стрелки (рис. 4.18).

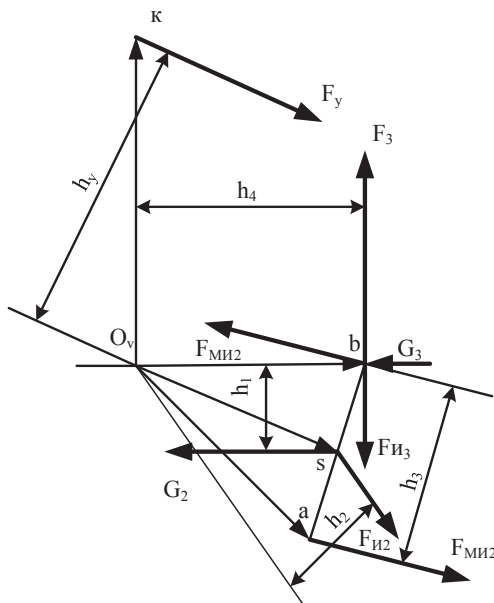


Рис. 4.18. Жесткий рычаг Н. Е. Жуковского

Из уравнения моментов относительно полюса O_V плана скоростей

$$\sum M_{O_V} = -F_y h_y + F_3 h_4 - G_2 h_1 + F_{MI2} h_4 - F_{I2} h_2 = 0$$

определяем уравновешивающую силу

$$F_y = (F_3 h_4 - G_2 h_1 + F_{MI2} h_4 - F_{I2} h_2) / h_y.$$

Если при решении этого уравнения F_y получится со знаком «плюс», то направление силы F_y на плане механизма выбрано верно. Если со знаком «минус», то выбранное направление уравновешивающей силы следует изменить на обратное.

5. Геометрический синтез эвольвентного зубчатого зацепления

В настоящем разделе производится расчет геометрических и качественных параметров и построение профилей зубьев пары цилиндрических эвольвентных прямозубых колес при неравносместном зацеплении, т. е. при $x_1 \neq |x_2|$, где $x_1 > 0$.

Параметры инструментальной рейки: $\alpha = 20^\circ$; $h_a^* = 1$; $c^* = 0,25$.

Если в задании используются конические зубчатые колеса, то расчет и построение проводят для цилиндрических колес с приведенными числами зубьев.

Выбор коэффициентов смещения инструментальной рейки

При выборе коэффициентов смещения x_1 и x_2 можно использовать следующие рекомендации. Увеличение коэффициентов смещения улучшает эксплуатационные качества зубчатой передачи, однако при этом возможно снижение коэффициента перекрытия, заострение зуба и другие нежелательные эффекты.

Для передач общего назначения при отсутствии дополнительных условий синтеза для выбора коэффициентов смещения можно пользоваться рекомендациями, приведенными в табл. 5.2, 5.3.

Для передач, к которым предъявляются повышенные требования к изгибной прочности, износостойкости и другим показателям, выбор коэффициентов смещения желательно производить из табл. 5.1. Величины x_1 и x_2 для z_1 и z_2 , не указанные в табл. 5.1, определяются методом линейной интерполяции.

Расчет геометрических параметров внешнего зацепления зубчатых колес с эвольвентным профилем зубьев

Исходные данные для расчетов

Для синтеза зацепления используются следующие данные, содержащиеся в задании: m — модуль; z_1 и z_2 — числа зубьев сопряженных колес.

Параметры исходного контура инструментальной рейки:

- угол профиля зуба инструментальной рейки $\alpha = 20^\circ$;
- коэффициент высоты головки зуба $h_a^* = 1$;
- коэффициент радиального зазора $c^* = 0,25$;
- коэффициент радиуса кривизны переходного контура $\rho_f^* = 0,38$;
- коэффициенты смещения исходного контура $x_1 = \dots$; $x_2 = \dots$

Таблица 5.1

Значения коэффициентов смещений из условий: a — повышения прочности на изгиб, b — износостойкости и сопротивления заеданию

z_2	x	z_1									
		12		15		18		22		28	
		a	b	a	b	a	b	a	b	a	b
12	x_1	0,47	0,36	—	—	—	—	—	—	—	—
	x_2	0,23	0,36	—	—	—	—	—	—	—	—
15	x_1	0,53	0,43	0,58	0,44	—	—	—	—	—	—
	x_2	0,22	0,34	0,28	0,44	—	—	—	—	—	—
18	x_1	0,57	0,49	0,64	0,48	0,72	0,54	—	—	—	—
	x_2	0,25	0,35	0,29	0,46	0,34	0,54	—	—	—	—
22	x_1	0,62	0,53	0,73	0,55	0,81	0,60	0,95	0,67	—	—
	x_2	0,28	0,38	0,32	0,54	0,38	0,63	0,39	0,67	—	—
28	x_1	0,70	0,57	0,79	0,60	0,89	0,63	1,01	0,71	1,26	0,85
	x_2	0,26	0,48	0,35	0,63	0,38	0,72	0,40	0,81	0,42	0,85
34	x_1	0,76	0,60	0,83	0,63	0,93	0,67	1,08	0,74	1,30	0,86
	x_2	0,22	0,53	0,34	0,72	0,37	0,82	0,38	0,90	0,36	1,00
42	x_1	0,75	0,63	0,92	0,68	1,02	0,68	1,18	0,76	1,24	0,88
	x_2	0,21	0,67	0,32	0,88	0,36	0,94	1,38	1,03	0,31	1,12
50	x_1	0,58	0,63	0,97	0,66	1,05	0,70	1,22	0,76	1,22	0,91
	x_2	0,16	0,77	0,31	1,02	0,36	1,11	0,42	1,17	0,25	1,26

Таблица 5.2

Коэффициенты смещения x_1 и x_2 для силовых передач
при свободном выборе межосевого расстояния

z_1 и z_2	x_1	x_2
$z_{1,2} \geq 30$	0	0
$z_1 = 14 \dots 20$ $u \geq 3,5$	0,3	-0,3
$z_1 = 10 \dots 30$ $z_2 \leq 30$	0,5	0,5
$z_1 = 10 \dots 30$ $z_2 > 32$	0,5	0

Таблица 5.3

Разбивка коэффициента суммы смещений x_Σ на составляющие x_1, x_2
для передач с внешним зацеплением при заданном межосевом расстоянии

x_Σ	z_1 и z_2	x_1	x_2
0	$z_1 \geq 21$ $z_1 = 14 \div 20$ и $u \geq 3,5$	0 0,3	0 -0,3
0...0,5	$z_1 > 19; z_2 \geq 21$ $z_1 = z_2 \leq 20$	$x_1 = x_\Sigma$ $x_1 = 0,5 x_\Sigma$	0 $x_2 = 0,5 x_\Sigma$
0,5...1,0	$z_1 = z_2 \geq 10$ $z_1 \geq 11; z_2 \geq z_{\min} + 2$	$x_1 = 0,5 x_\Sigma$ $x_1 = 0,5$	$x_2 = 0,5 x_\Sigma$ $x_2 = x_\Sigma - 0,5$

Основные геометрические параметры зацепления

Расчеты геометрических размеров зубчатых передач следует вести с точностью до двух знаков после запятой. Значения эвольвентной функции $\operatorname{inv} \alpha = \operatorname{tg} \alpha - \alpha$, используемой в расчетах зубчатых колес и зацеплений, указаны в табл. 5.4.

1. Радиусы делительных окружностей, мм: $r_1 = mz_1/2$; $r_2 = mz_2/2$.
2. Радиусы основных окружностей, мм: $r_{b1} = r_1 \cos \alpha$; $r_{b2} = r_2 \cos \alpha$.
3. Делительный окружной шаг, мм: $p_t = \pi m$.
4. Делительная окружная толщина зуба, мм:

$$S_{1t} = \frac{\pi m}{2} + 2x_1 m \operatorname{tg} \alpha, \quad S_{2t} = \frac{\pi m}{2} + 2x_2 m \operatorname{tg} \alpha.$$

5. Угол зацепления α_w^o определяется по табл. 5.4 в зависимости от значения инволюты $\text{inv } \alpha_w$:

$$\text{inv } \alpha_w = \frac{2(x_1 + x_2)}{z_1 + z_2} \text{tg } \alpha + \text{inv } \alpha ,$$

где $\text{inv } \alpha$ — эвольвентная функция угла α , равная $\text{inv } \alpha = \text{tg } \alpha - \alpha$.

6. Межосевое расстояние, мм:

$$a_w = \frac{m(z_1 + z_2)}{2} \cdot \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w} .$$

7. Радиусы начальных окружностей, мм:

$$u_{12} = \frac{z_2}{z_1}; \quad r_{w1} = \frac{aw}{u+1}; \quad r_{w2} = \frac{a_w u}{u+1} .$$

8. Радиусы окружностей впадин, мм:

$$r_{f1} = r_1 - h_a^* m - c^* m + x_1 m ; \quad r_{f2} = r_2 - h_a^* \cdot m - c^* m + x_2 m .$$

Таблица 5.4

Эвольвентная функция $\text{inv } \alpha = \text{tg } \alpha - \alpha$

Градусы	Угол α					
	Минуты					
	0	10	20	30	40	50
20	0,0149	0,0153	0,0157	0,0161	0,0165	0,0169
21	0,0173	0,0178	0,0182	0,0187	0,0191	0,0196
22	0,0200	0,0205	0,0210	0,0215	0,0220	0,0225
23	0,0230	0,0236	0,0241	0,0247	0,0252	0,0258
24	0,0263	0,0269	0,0275	0,0281	0,0287	0,0293
25	0,0300	0,0306	0,0313	0,0319	0,0326	0,0333
26	0,0339	0,0346	0,0353	0,0361	0,0368	0,0375
27	0,0383	0,0390	0,0398	0,0406	0,0414	0,0422
28	0,0430	0,0438	0,0447	0,0455	0,0464	0,0473
29	0,0482	0,0491	0,0500	0,0509	0,0518	0,0529
30	0,0538	0,0547	0,0557	0,0567	0,0577	0,0588
31	0,0598	0,0608	0,0619	0,0630	0,0641	0,0652
32	0,0664	0,0675	0,0685	0,0698	0,0710	0,0722
33	0,0734	0,0747	0,0759	0,0772	0,0785	0,0798
34	0,0811	0,0824	0,0838	0,0851	0,0865	0,0879
35	0,0893	0,0908	0,0922	0,0937	0,0951	0,0967

Окончание табл. 5.4

Градусы	Угол α					
	Минуты					
	0	10	20	30	40	50
36	0,0982	0,0998	0,1013	0,1029	0,1045	0,1062
37	0,1078	0,1094	0,1111	0,1128	0,1145	0,1163
38	0,1180	0,1200	0,1220	0,1235	0,1253	0,1272
39	0,1290	0,1310	0,1330	0,1350	0,1370	0,1390
40	0,1410	0,1430	0,1450	0,1470	0,1490	0,1510
41	0,1537	0,1559	0,1582	0,1604	0,1627	0,1650
42	0,1674	0,1697	0,1721	0,1745	0,1770	0,1795
43	0,1820	0,1846	0,1871	0,1898	0,1924	0,1951
44	0,1977	0,2005	0,2032	0,2060	0,2089	0,2117
45	0,2145	0,2175	0,2205	0,2235	0,2265	0,2296

9. Радиусы окружностей вершин, мм:

$$r_{a1} = a_w - r_{f1} - c^* m; r_{a2} = a_w - r_{f2} - c^* m.$$

10. Шаг по основной окружности (основной шаг), мм: $p_{bt} = \pi m \cos \alpha$.

11. Окружная толщина зуба по основной окружности, мм:

$$S_{b1} = 2r_{b1} \left(\frac{S_{1t}}{2r_1} + \text{inv} \alpha \right); \quad S_{b2} = 2r_{b2} \left(\frac{S_{2t}}{2r_2} + \text{inv} \alpha \right).$$

12. Углы профилей зубьев колес по окружностям вершин зубьев (градусы):

$$\alpha_{a1} = \arccos\left(\frac{r_{b1}}{r_{a1}}\right); \quad \alpha_{a2} = \arccos\left(\frac{r_{b2}}{r_{a2}}\right).$$

Инволюты углов α_{a1} и α_{a2} найдем из табл. 5.4.

13. Толщина зуба по окружности вершин, мм:

$$S_{a1} = 2r_{a1} \left(\frac{S_{1t}}{2r_1} + \text{inv} \alpha - \text{inv} \alpha_{a1} \right); \quad S_{a2} = 2r_{a2} \left(\frac{S_{2t}}{2r_2} + \text{inv} \alpha - \text{inv} \alpha_{a2} \right).$$

Об отсутствии заострения зубьев свидетельствуют неравенства

$$S_{a1} > 0,3 m; S_{a2} > 0,3 m.$$

14. Торцовый коэффициент перекрытия

$$\varepsilon = (\sqrt{r_{a1}^2 - r_{b1}^2} + \sqrt{r_{a2}^2 - r_{b2}^2} - a_w \sin \alpha_w) / p_{bt}.$$

Для нормальной работы зубчатой передачи должно быть выполнено условие $\varepsilon \geq 1,05$.

Построение картины зацепления

После проведения всех расчетов на чертежном листе выполняются следующие графические построения (рис. П4.3): зубчатое зацепление; схема зубчатой передачи; график зон однопарного и двухпарного зацепления; диаграмма коэффициентов удельных скольжений.

Зубчатое зацепление — основное графическое построение, выполняемое на чертежном листе. Масштабный коэффициент построения μ_s выбирается таким, чтобы шаг p_t по делительной окружности на чертеже составлял 40...70 мм; $\mu_s = p_t / (40...70)$ мм/мм.

Последовательность действий при построении зубчатого зацепления

1. Проводится линия центров (O_1, O_2), на которой откладывается в масштабе межосевое расстояние a_w . При этом ось вращения большего колеса может оказаться за пределами чертежа.

2. С центрами в точках O_1, O_2 проводятся начальные окружности (радиусы r_{w1}, r_{w2}), делительные окружности (радиусы r_1, r_2), основные окружности (радиусы r_{b1}, r_{b2}), окружности вершин (радиусы r_{a1}, r_{a2}), окружности впадин (радиусы r_{f1}, r_{f2}).

Начальные окружности должны касаться друг друга в полюсе P зацепления. Расстояние между окружностью вершин первого колеса и окружностью впадин второго колеса должно быть равно расстоянию между окружностью вершин второго колеса и окружностью впадин первого колеса. Величина этого расстояния равна радиальному зазору c^*m .

3. Через полюс P зацепления проводится касательная к начальным окружностям. Под углом α_w зацепления к ней проводится линия зацепления AB , касательная к основным окружностям обоих колес. На чертеже указываются круговыми стрелками направления вращения колес, соответствующие направлению линии зацепления (малое колесо при этом считается ведущим). Точки касания линии AB с основными окружностями колес определяют длину теоретической линии зацепления (AB).

4. Строится эвольвентная часть профиля зуба первого колеса в указанной ниже последовательности.

4.1. Отрезок линии зацепления AB делится на несколько равных частей длиной 12 ...15 мм. Границы отрезков нумеруются цифрами 0, 1, 2, 3... и т.д. (точки 0 и P совпадают). За точкой A на продолжении линии AP откладываются несколько таких же отрезков.

4.2. Отрезки такой же длины и в том же количестве откладываются от точки A в обе стороны по дуге основной окружности. Границы этих отрезков обозначаются цифрами 0', 1', 2'... и т.д.

4.3. К точкам 1', 2', 3' и т.д. на основной окружности проводятся из центра колеса радиальные прямые и перпендикулярные к ним касательные, изображающие последовательные положения отрезка PA в процессе перекачивания его по основной окружности. На касательной в точке 1' следует отложить длину отрезка $P1$, а в точке 2' — длину отрезка $P2$ и т.д.

4.4. Концы этих отрезков образуют точки на эвольвентном профиле зуба первого колеса. Следовательно, для построения эвольвенты надо последовательно соединить указанные точки плавной кривой с помощью лекала. В тех случаях, когда радиус окружности впадин оказывается меньше радиуса основной окружности, профиль зуба между этими окружностями достраивается радиальной прямой.

5. Сопряжение корней зубьев с окружностью впадин выполняется по дуге окружности радиусом $\rho_f = \rho_f \cdot m$.

6. По дуге делительной окружности первого колеса откладывается толщина зуба S_{1t} и $S_{1t}/2$. Полученные точки ограничивают ширину зуба и указывают ее середину. Соединив середину зуба с центром O_1 колеса 1, получим ось симметрии зуба.

7. С использованием симметрии достраивается другой профиль зуба первого колеса. Профили еще двух зубьев справа и слева располагаются на расстоянии шага $p_t = \pi m$ по делительной окружности.

8. Производится построение зубьев второго колеса по схеме, указанной в пунктах 4...7 (все линии построения должны остаться на чертеже). Проверка правильности построения профилей зубьев производится путем сравнения толщин зубьев по окружностям с радиусами r_{bi} , r_{ai} , полученными графически, с расчетными значениями соответствующих толщин зубьев по окружностям вершин зубьев S_{ai} , S_{bi} , где i — номер зубчатого колеса.

9. Находятся границы активной части линии зацепления. Для этого на линии зацепления AB указываются точки пересечения ее с окружностями вершин (r_{a1} , r_{a2}) колес. Границы активной части линии зацепления обозначаются точками a и b , где a — точка начала зацепления сопряженных зубьев.

По величине активной части линии зацепления ab определяется коэффициент торцового перекрытия

$$\varepsilon = ab/p_{bt},$$

где p_{bt} — окружной основной шаг.

10. На сопряженных профилях зубьев утолщенной линией указываются активные участки профилей зубьев.

Верхняя граница активного участка профиля первого колеса расположена в вершине зуба. Нижняя граница — в точке пересечения профиля с окружностью радиусом O_1a .

Все линии, использованные при построении эвольвенты, выполняются сплошными тонкими линиями. Остальные линии вычерчиваются в соответствии с условными изображениями зубчатых колес.

Геометрические размеры зубчатых колес необходимо показать буквенными обозначениями и численными величинами в миллиметрах. Например, $r_{b1} 119,85$; $S_{f1} 33,29$ и т. д. На чертеже одного из колес полностью записываются наименования всех окружностей.

На чертеже помещается таблица параметров в соответствии с требованиями ЕСКД.

Второй вариант построения эвольвентного профиля зуба

Задав значение угла α от 0 до 45° интервалом от 1 до 3°, по уравнениям

$$\beta = \operatorname{tg} \alpha - \alpha,$$

$$\rho = \frac{r_b}{\cos \alpha}$$

находим координаты эвольвентного профиля зуба. Далее необходимо соединить полученные точки плавной кривой с помощью лекала.

Третий вариант построения профиля зуба

Ранее были определены следующие толщины зуба:

S_b — по основной окружности;

S — по делительной окружности;

S_a — по окружности вершин.

Примерно посередине между окружностью вершин и делительной окружностью проводим дополнительную окружность. Пусть радиус этой окружности равен r_k . Определим угол профиля α_k и толщину зуба S_k по этой окружности:

$$\alpha_k = \arccos \frac{r_b}{r_k}; \quad S_k = 2r_k \left(\frac{S}{2r} + \text{inv} \alpha - \text{inv} \alpha_k \right).$$

Необходимую для расчета толщину S_k зуба инволюту $\text{inv} \alpha_k$ угла α_k найдем из табл. 5.4.

Проводим в зоне расположения зуба радиальную прямую — ось симметрии зуба. Откладываем на окружностях с радиусами r_b , r , r_k , r_a соответствующие толщины зуба S_b , S , S_k , S_a , делая на этих окружностях засечки таким образом, чтобы радиальная прямая делила зуб пополам. Через полученные засечки проводим с обеих сторон от оси симметрии плавные кривые — боковые профили зуба. Сопряжение корней зубьев с окружностью впадин выполняется по дуге окружности радиусом $\rho = \rho_f \cdot m$.

6. Синтез кулачковых механизмов

Основные понятия и определения

Кулачковым называется механизм, который содержит два основных звена: кулачок и толкатель, образующих высшую кинематическую пару. Принцип действия простейшего кулачкового механизма представлен на рис. 6.1. Входным звеном служит кулачок, профиль переменного радиуса которого определяет закон движения выходного звена AB — толкателя. При вращении кулачка с угловой скоростью ω толкатель AB совершает циклическое возвратно-качающееся движение, поворачиваясь на угол β_{\max} . Кулачковые механизмы нашли широкое применение в различных машинах.

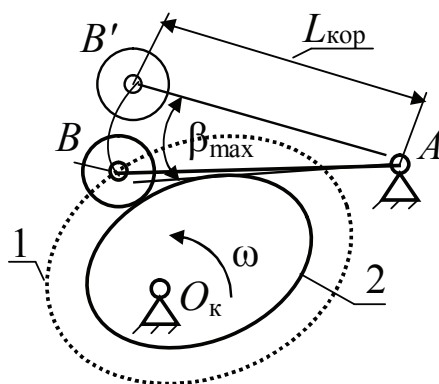


Рис. 6.1. Кулачковый механизм

Элементы высшей пары при движении скользят один по другому, что вызывает их износ. В целях уменьшения износа часто вводят ролик, который перекачивается по кулачку. Однако при большой быстро-

ходности механизма и высоких температурах ролик может перекаты-
ваться по кулачку со скольжением. Тогда целесообразно использовать
грибовидные и тарельчатые толкатели (рис. 6.2).

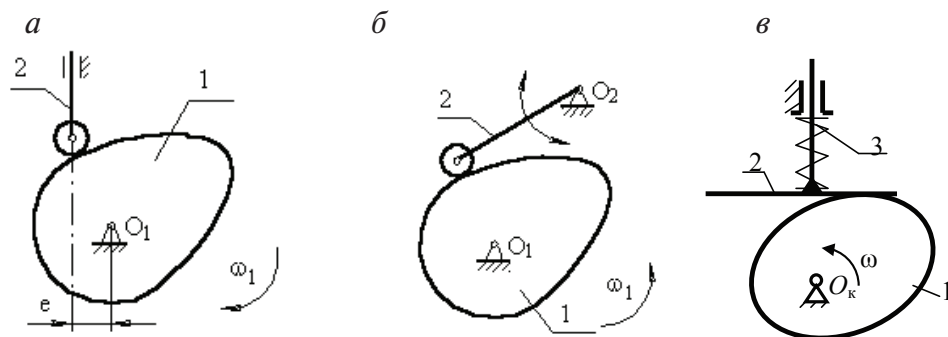


Рис. 6.2. Основные схемы кулачковых механизмов:

а — с поступательно движущимся толкателем с роликом; б — с коромысловым толкателем с роликом; в — с поступательно движущимся плоским толкателем

На рис. 6.3 показаны фазы движения толкателя.

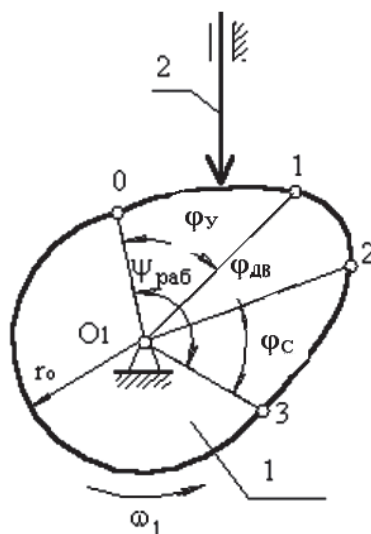


Рис. 6.3. Фазы движения толкателя

Фаза удаления: толкатель удаляется от центра кулачка, взаимодей-
ствуя с участком 0 — 1. При этом кулачок поворачивается на угол ϕ_y .

Фаза дальнего выстоя: при перемещении толкателя по дуге 1–2 кулачка толкатель стоит на месте (выстой). Дальнему выстояю соответствует угол поворота кулачка $\varphi_{д.в.}$.

Фаза сближения — φ_c : толкатель сближается с центром кулачка.

Рабочий угол профиля кулачка $\varphi_{раб} = \varphi_y + \varphi_{д.в.} + \varphi_c$.

Поверхность кулачка, с которой взаимодействует толкатель, — *рабочий профиль* кулачка (*действительный*). Поверхность, проходящая через центр ролика и отстоящая от действительного профиля на расстоянии радиуса ролика, — *теоретический профиль*.

Постоянство контакта звеньев, входящих в высшую пару, можно обеспечить с помощью сил веса или сил упругости пружины. Это так называемое силовое замыкание. Благодаря пазовым кулачкам при одном ролике или двухроликовому толкателю со спаренными кулачками осуществляется геометрическое замыкание высшей пары. Способ замыкания высшей пары влияет на конструкцию механизма и его габаритные размеры. Механизмы с силовым замыканием проще и имеют меньшие габариты.

Проектирование кулачкового механизма производится с целью определения его основных параметров его кинематической схемы и построения профиля кулачка.

Исходными данными для синтеза кулачкового механизма служат:

- структурная схема механизма;
- максимальное линейное S_{\max} или угловое β_{\max} перемещение толкателя;
- длина L_k коромыслового толкателя;
- смещение — эксцентриситет $\langle e \rangle$ оси толкателя, движущегося поступательно, относительно центра кулачка;
- фазовые углы φ_y , $\varphi_{д.в.}$, φ_c и рабочий угол $\varphi_{раб}$ профиля кулачка

$$\varphi_{раб} = \varphi_y + \varphi_{д.в.} + \varphi_c;$$

- закон изменения одного из кинематических параметров движения толкателя (обычно задается ускорение толкателя в зависимости от угла φ поворота кулачка);
- направление вращения кулачка (если направление вращения не задано, принимать его против часовой стрелки);
- минимально допустимый угол передачи движения $[\gamma_{\min}]$ или наибольший допускаемый угол давления $[\alpha_{\max}] = 90^\circ - [\gamma_{\min}]$.

Этапы проектирования кулачкового механизма

Этапы проектирования включают в себя:

- выбор кинематической схемы;
- выбор закона движения толкателя;
- построение кинематических характеристик толкателя в зависимости от угла поворота кулачка и времени;
- определение основных параметров механизма по допустимому углу давления или другим условиям, например выпуклости профиля кулачка;
- построение теоретического профиля кулачка;
- определение радиуса ролика или длины плоского толкателя;
- построение действительного профиля кулачка.

При выполнении проекта не производится выбор кинематической схемы, так как она содержится в задании на проект. Закон движения толкателя обычно указан в исходных данных.

Проектирование кулачкового механизма можно осуществлять графическим или численным методом. При графическом методе проектирования все построения выполняются в масштабе на чертежном листе.

Построение кинематических диаграмм движения толкателя

В левом верхнем углу чертежного листа в неопределенном масштабе в соответствии с заданием вычерчивается диаграмма аналога ускорения $d^2S/d\varphi^2$ или $d^2\beta/d\varphi^2$ толкателя в зависимости от угла φ поворота кулачка.

Если фазы удаления и сближения различны, а графики ускорения на фазах удаления и сближения имеют одинаковый характер, то высота графика a_y на фазе удаления зависит от высоты графика a_c на фазе сближения (рис. 6.4):

$$a_y = a_c (\varphi_c / \varphi_y)^2.$$

Высоту a_c графика ускорений задают в пределах 40...60 мм.

Отложенный по оси абсцисс рабочий угол поворота кулачка, который должен иметь длину около 150...200 мм, разбивают на 8...12 участков на фазе удаления и на 8...12 участков на фазе сближения толкателя.

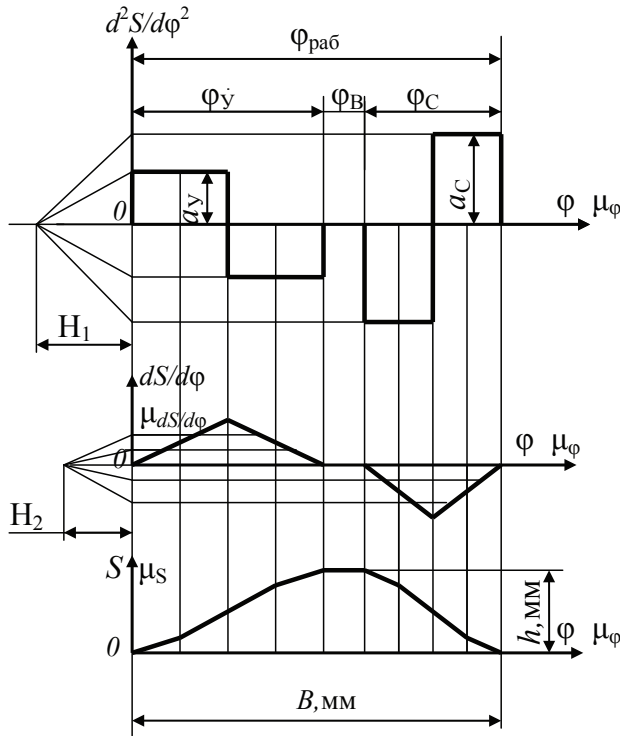


Рис. 6.4. Кинематические диаграммы толкателя

Методом графического интегрирования диаграмм аналогов ускорений последовательно строятся диаграмма « $(dS/d\varphi) - \varphi$ » — аналога линейной скорости (для поступательно перемещающегося толкателя) или аналога угловой скорости « $(d\beta/d\varphi) - \varphi$ » (для качающегося толкателя) и диаграмма перемещений « $S - \varphi$ » или « $\beta - \varphi$ » толкателя в функции угла φ поворота кулачка (см. рис. 6.4).

При графическом интегрировании полюсные расстояния H_1 и H_2 выбираются так, чтобы диаграммы перемещений и аналога скорости занимали по высоте 80...120 мм каждая.

В нижнем левом углу должно оставаться место для построения диаграммы « $\gamma - \varphi$ » зависимости угла передачи движения γ от угла φ поворота кулачка. Графическое интегрирование рекомендуется выполнять методом хорд.

Масштаб угла φ поворота кулачка, мм^{-1} ,

$$\mu_{\varphi} = \varphi^{\circ}_{\text{раб}} \pi / (180 \cdot B),$$

где B — длина кинематической диаграммы по оси абсцисс (рис. 6.4);

$\varphi^{\circ}_{\text{раб}}$ — рабочий угол кулачка, измеренный в градусах.

Расчет масштабных коэффициентов построенных диаграмм

Величина h на графике перемещений получается автоматически.

Масштаб перемещений толкателя определяется исходя из максимальной ординаты h диаграммы « $S - \varphi$ » или « $\beta - \varphi$ » и указанного в задании хода толкателя S_{max} или β_{max} :

$$\mu_S = S_{\text{max}}/h, \text{ м/мм};$$

$$\mu_{\beta} = \pi \beta^{\circ}_{\text{max}} / (180h), \text{ мм}^{-1}.$$

Здесь $\beta^{\circ}_{\text{max}}$ — угол качания толкателя, измеренный в градусах.

Масштабы аналогов скоростей по оси ординат определяются следующими формулами:

$$\mu_{dS/d\varphi} = \mu_S / (H_1 \mu_{\varphi}); \mu_{d\beta/d\varphi} = \mu_{\beta} / (H_1 \mu_{\varphi}).$$

Здесь H_1 — полюсное расстояние на диаграмме аналога скорости.

Масштабы аналогов ускорений по оси ординат соответственно равны

$$\mu_{d^2S/d\varphi^2} = \mu_{dS/d\varphi} / (H_2 \mu_{\varphi}); \mu_{d^2\beta/d\varphi^2} = (\mu_{d\beta/d\varphi}) / (H_2 \mu_{\varphi}),$$

где H_2 — полюсное расстояние на диаграмме аналога ускорения.

Численные значения масштабных коэффициентов должны содержать не менее трех значащих цифр.

Определение основных параметров кулачкового механизма

Кулачковый механизм с поступательно движущимся
роликовым толкателем

Основными параметрами такого механизма являются минимальный радиус-вектор r_{min} теоретического профиля кулачка, эксцентриситет e , равный кратчайшему расстоянию от центра кулачка до линии

перемещения оси ролика (см. рис. 6.2, а). Критерием выбора основных параметров служит максимально допустимый угол давления $[\alpha_{\max}]$ или минимально допустимый угол $[\gamma_{\min}]$ передачи движения. Если эти углы не заданы, то их следует принимать:

$$[\alpha_{\max}] = 20 \dots 30^\circ; [\gamma_{\min}] = 60 \dots 70^\circ.$$

Для определения основных параметров строится диаграмма « $S - dS/d\varphi$ » (рис. 6.5). Диаграмма « $S - dS/d\varphi$ » строится следующим образом. На траектории центра ролика (вертикальная прямая S) отмечаются положения 0, 1, 2, 3 и т. д. в соответствии с диаграммой перемещения « $S - \varphi$ » в выбранном масштабе μ_S . Затем из каждой точки проводят вектор Z , равный графическому изображению аналога скорости $dS/d\varphi$ в масштабе $\mu_{dS/d\varphi}$. Величина вектора Z_i в i -м положении на диаграмме « $S - dS/d\varphi$ » определяется по следующей формуле:

$$Z_i = Y_i \mu_{dS/d\varphi} / \mu_S,$$

где Y_i — ордината на диаграмме « $dS/d\varphi - \varphi$ », выполненной в масштабе $\mu_{dS/d\varphi}$ (рис. 6.5, а) в том же положении механизма.

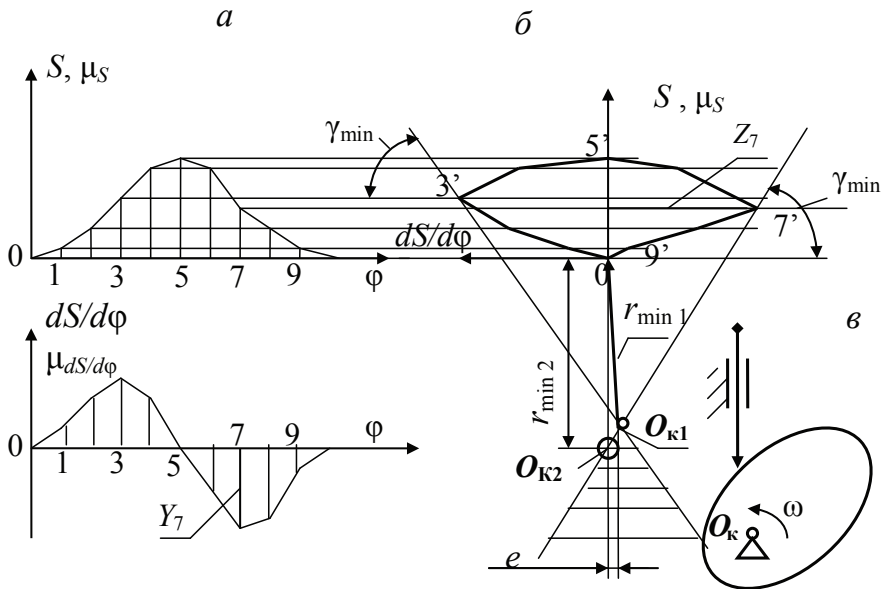


Рис. 6.5. Построение диаграммы « $S - dS/d\varphi$ »:

а — кинематические диаграммы движения толкателя;

б — определение минимального радиуса кулачка; в схема кулачкового механизма

При построении диаграммы « $S — dS/d\varphi$ » направление вектора Z определяется в каждом положении поворотом вектора скорости толкателя на 90° в сторону вращения кулачка. Концы векторов Z соединяются плавной кривой. К этой кривой слева и справа проводятся касательные, наклоненные к горизонтали под углом γ_{\min} .

Область, зачерненная на рис. 6.5, б горизонтальными линиями между прямыми, представляет собой область возможных осей, вращения кулачка.

Ось вращения кулачка O_K , максимально приближенная к толкателю, располагается в точке O на пересечении прямых. При этом центр вращения кулачка смещается относительно траектории центра ролика толкателя на величину e . Минимальный радиус теоретического профиля кулачка при этом равен $r_{\min 1}$. Масштаб построения принят μ_S .

Если расположить центр кулачка в точке O_{K2} на оси перемещения центра ролика толкателя, то минимальный радиус $r_{\min 2}$ несколько возрастет.

Диаграмма « $S — dS/d\varphi$ » может послужить и для определения углов передачи движения в каждом положении толкателя. Угол γ_i образован здесь отрезком $dS/d\varphi$ и прямой, соединяющей конец отрезка $dS/d\varphi$ с нанесенным на диаграмме центром вращения кулачка. Диаграмма углов передачи « $\gamma — \varphi$ » строится под диаграммой перемещений « $S — \varphi$ ».

Определение основных параметров кулачкового механизма с качающимся роликовым толкателем

Кинематическая схема кулачкового механизма с качающимся толкателем (коромыслом) показана на рис. 6.6. Коромысло AB длиной $L_{\text{кор}}$ в процессе работы механизма поворачивается на угол β_{\max} .

Профиль 1, описываемый центром ролика при льном движении толкателя относительно кулачка, — *теоретический профиль*.

Профиль 2, с которым взаимодействует ролик толкателя, — *рабочий профиль кулачка (действительный)*.

Основными параметрами такого механизма являются угол β_{\max} , длина коромысла $L_{\text{кор}}$, минимальный радиус-вектор r_{\min} теоретического профиля кулачка и межосевое расстояние AO_K . Критерием выбора параметров служит минимально допустимый угол $[\gamma_{\min}]$ передачи движения. Если $[\gamma_{\min}]$ не задан, то его следует принимать $45...50^\circ$.

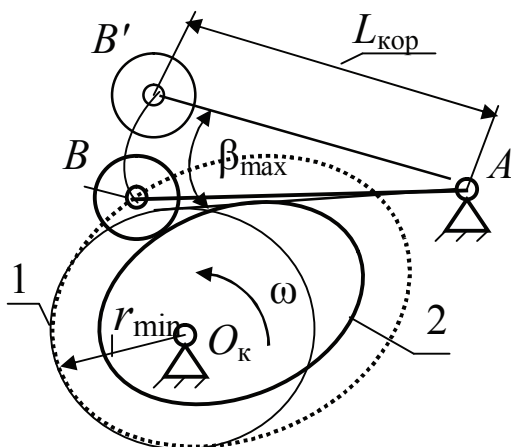


Рис. 6.6. Кулачковый механизм с коромысловым толкателем

Основные параметры механизма определяются по диаграмме « $S-dS/d\varphi$ », изображенной на рис. 6.7. Построение этой диаграммы аналогично предыдущему построению (рис. 6.5) с учетом следующих особенностей:

- перемещение центра ролика осуществляется по дуге окружности с центром в точке A и радиусом $L_{\text{кор}}$;
- векторы \vec{Z} , равные графическому изображению аналога скорости $dS/d\varphi$, откладываются вдоль оси толкателя;
- направление вектора \vec{Z} соответствует направлению вектора скорости центра ролика, повернутого на 90° в сторону вращения кулачка;
- масштаб построения μ_S следует выбирать таким, чтобы длина коромысла изображалась на чертеже в виде отрезка длиной 70...120 мм;
- длину отрезка Z_i на диаграмме « $S-dS/d\varphi$ » в i -м положении коромысла можно определить по следующей формуле:

$$Z_i = Y_i L_{\text{кор}} \mu_{d\beta/d\varphi} / \mu_S,$$

где Y_i — ордината на диаграмме « $d\beta/d\varphi - \varphi$ », выполненной в масштабе $\mu_{d\beta/d\varphi}$ (рис. 6.7, а) в том же положении механизма.

После соединения концов векторов \vec{Z} плавной кривой получается замкнутая кривая.

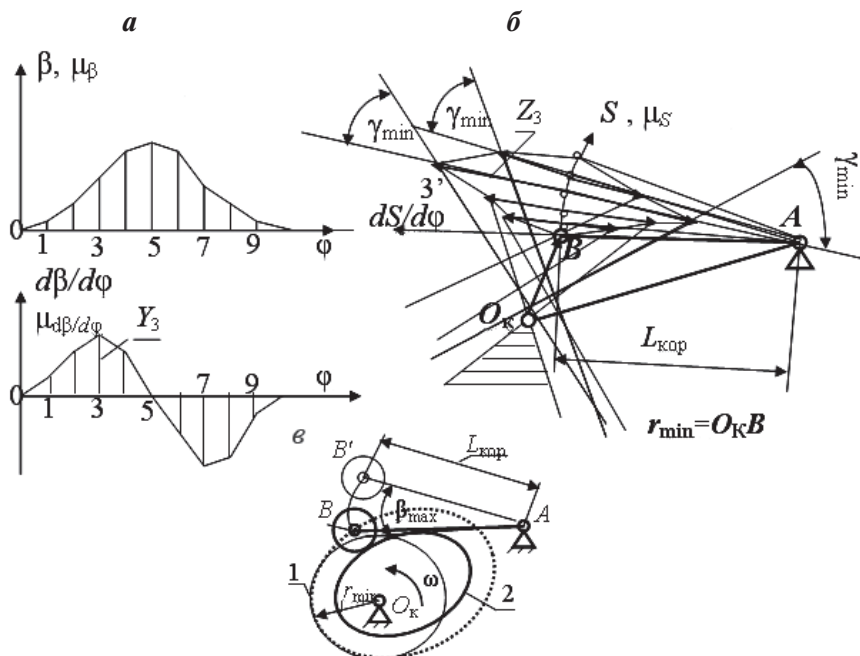


Рис. 6.7. Определение минимального радиуса теоретического профиля кулачка с качающимся толкателем:

a — кинематические диаграммы движения коромыслового толкателя;
б — диаграмма « $S - dS/d\varphi$ »; *в* — схема кулачкового механизма

Из концов векторов \vec{Z} на диаграмме проводятся к линии толкателя лучи под углом $[\gamma_{\min}]$, которые пересекаются друг с другом, ограничивая заштрихованную горизонтальными линиями область. Точки, лежащие внутри этой области, могут служить осями вращения кулачка.

Из возможных осей вращения кулачка обычно выбирают ось O_K , максимально приближенную к толкателю, благодаря чему получается механизм с минимальными размерами. В результате построения получается также расстояние AO_K между осями вращения кулачка и коромысла.

Определение минимального радиус — вектора r_{\min} кулачка с плоским толкателем

Для определения минимального радиус-вектора r_0 кулачка (рис. 6.8) пользуются сложением графиков « $S - \varphi$ » и « $S'' - \varphi$ », которые должны быть построены в одном масштабе μ_S (рис. 6.9). Здесь $S'' = d^2S/d\varphi^2$.

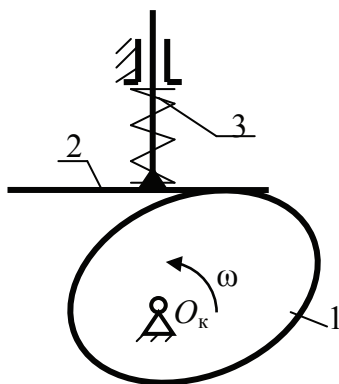


Рис. 6.8. Схема механизма с плоским толкателем

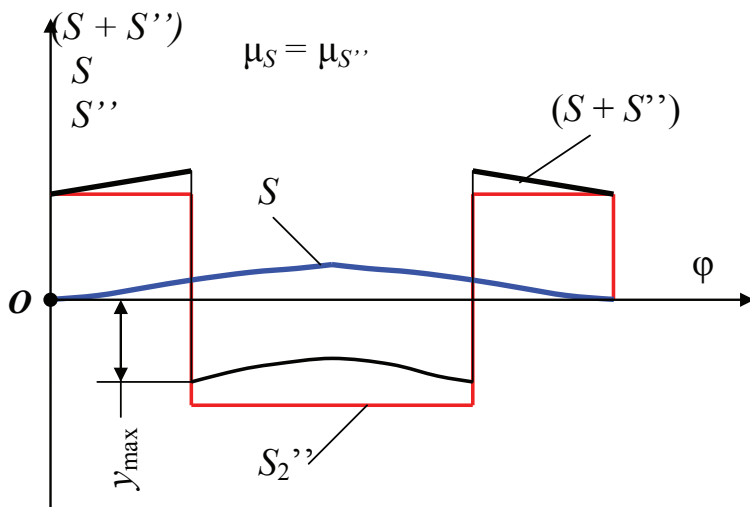


Рис. 6.9. К определению минимального радиуса теоретического профиля кулачка с плоским толкателем

В результате строится зависимость « $(S + S'')$ — φ ». Наибольшая по модулю отрицательная ордината y_{\max} суммарного графика позволяет определить минимальный радиус-вектор r_0 кулачка из условия выпуклости его профиля по всему периметру:

$$r_0 = |y_{\max}| \mu_S.$$

Минимальный радиус-вектор теоретического профиля кулачка

$$r_{\min} = r_0 + (0,2 \div 0,4) S_{\max},$$

где S_{\max} — максимальное перемещение толкателя.

Слагаемое $(0,2 \dots 0,4) S_{\max}$ рекомендуется принимать из условия контактной прочности высшей кинематической пары.

Построение профиля кулачка

Построение профиля кулачка производится с использованием метода обращенного движения: кулачок на чертеже считают неподвижным, а стойку — вращающейся со скоростью, равной по модулю и противоположной по направлению угловой скорости кулачка.

При профилировании кулачка необходимо обратить внимание на использование крупных масштабов, детальный показ всех линий построения и строгую нумерацию всех точек, используемых при вычерчивании кулачка. На чертеже необходимо выделить утолщенными линиями кинематическую схему механизма, указать теоретический и действительный профили кулачка. Для поступательно перемещающихся толкателей на схеме механизма изобразить направляющую толкателя.

Для толкателей с роликом радиус $r_{\text{рол}}$ ролика рассчитать по следующим формулам:

$$r_{\text{рол}} = (0,6 \dots 0,8) \rho_{\min}; r_{\text{рол}} = (0,25 \dots 0,3) r_{\min},$$

где ρ_{\min} и r_{\min} — соответственно минимальный радиус кривизны и минимальный радиус-вектор теоретического профиля кулачка. Для построения принять наименьшее значение.

Механизм с поступательно перемещающимся роликовым толкателем

Для построения профиля кулачка рабочий угол кулачка — ось абсцисс на диаграмме « $S - \varphi$ » — делим на равные отрезки и определяем ординаты, соответствующие перемещениям толкателя. Затем всему кулачковому механизму даем обращенное движение с угловой скоростью минус ω_1 .

В этом движении кулачок станет неподвижным, а толкатель вместе с направляющей на протяжении угла $\varphi_{\text{раб}}$ будет последовательно занимать положения $0, 1, 2, \dots$, соответствующие частным углам φ поворота кулачка на диаграмме.

Вычерчиваются в масштабе две окружности с центром в произвольно выбранной точке O соответственно с радиусом r_{\min} и с радиусом e . Окружность с радиусом r_{\min} назовем начальной окружностью. По касательной к окружности с радиусом e располагается ось движения толкателя. На оси перемещения толкателя откладываются перемещения центра ролика A_0, A_1, A_2 и т. д. в соответствии с графиком « $S - \varphi$ » (рис. 6.10).

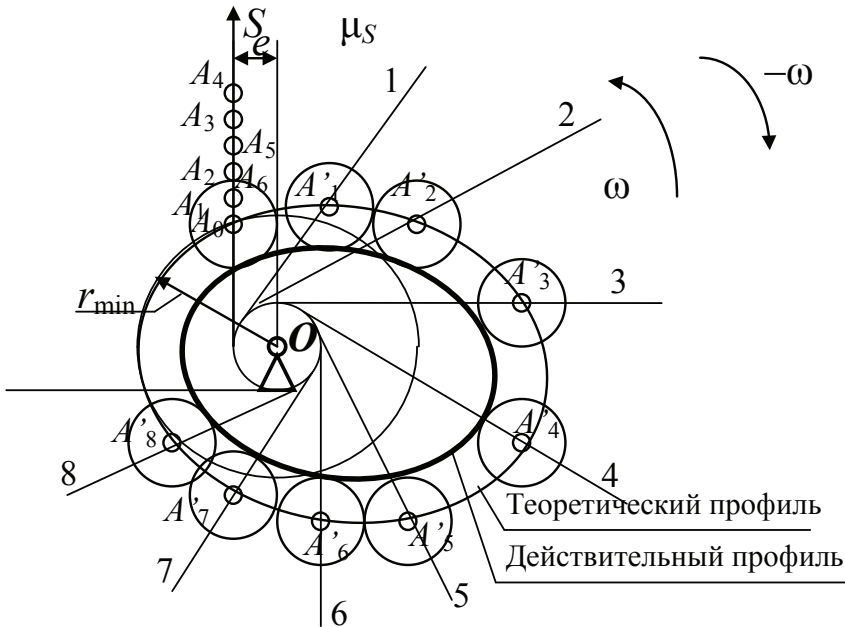


Рис. 6.10. Построение профиля кулачка с поступательно перемещающимся роликовым толкателем

От точки A_0 пересечения начальной окружности с осью толкателя откладываются углы поворота стойки и вычерчиваются положения оси толкателя 1, 2, 3 и т. д. в обратном движении.

На линиях осей толкателя в обратном движении откладываются от начальной окружности соответствующие перемещения A_0A_1, A_0A_2, A_0A_3 и т. д. центра ролика, равные ординатам диаграммы « $S - \varphi$ », если масштаб построения μ_S профиля кулачка совпадает с масштабом μ_S диаграммы « $S - \varphi$ ». Полученные положения центров ролика в обратном движении обозначены индексами A'_1, A'_2, A'_3 и т. д. Плавная кривая, проведенная через эти точки, представляет собой теоретический профиль кулачка.

После выбора радиуса ролика $r_{\text{рол}}$ производится построение действительного профиля кулачка, который является кривой, огибающей положения ролика при движении его оси по теоретическому профилю кулачка.

Если требуется построить профиль кулачка с поступательно движущимся толкателем и эксцентриситетом $e = 0$, то порядок построения профиля будет таким же, только ось толкателя будет проходить через центр вращения кулачка O .

Механизм с качающимся роликовым толкателем

При графическом построении профиля кулачка (рис. 6.11) пользуются методом обращенного движения, описанным в предыдущем параграфе.

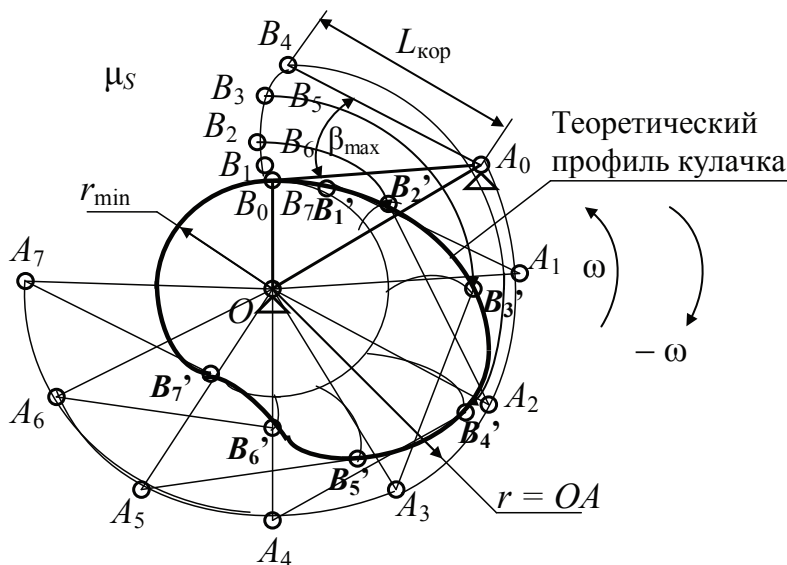


Рис. 6.11. Построение теоретического профиля кулачка с коромысловым толкателем с роликом

В рассматриваемом случае ось A вращения толкателя AB перемещается в обращенном движении по окружности радиусом $r = AO$, занимая последовательно точки A_0, A_1, A_2, A_3 и т. д. Ближайшее к центру кулачка положение B_0 центра ролика находится в точке пересечения окружности, проведенной радиусом $r_{\text{мин}}$ из центра O , с окружностью радиусом AB , равным длине коромысла $L_{\text{кор}}$.

Построение выполняется в масштабе μ_s . Положения B_1, B_2, B_3, \dots центра ролика в его абсолютном движении откладываются от точки B_0 по дуге окружности в соответствии с углами β поворота толкателя, определенными по диаграмме перемещений толкателя « $\beta - \varphi$ ».

Перемещение центра ролика $B_0 B_1, B_0 B_2, B_0 B_3, \dots$ в обращенном движении в каждом положении толкателя откладывается от окружности с радиусом r_{\min} по дугам окружностей радиусом $AB = L_{\text{кор}}$ с центрами соответственно в точках A_1, A_2, A_3 и т. д. В точках B_1', B_2', B_3' и т. д. располагаются центры ролика в обращенном движении механизма.

Плавная кривая, проведенная через эти точки, представляет собой теоретический профиль кулачка. После выбора радиуса ролика $r_{\text{рол}}$ производится построение действительного профиля кулачка.

Механизм с плоским (тарельчатым) толкателем

От начального положения толкателя OB_0 , удаленного от центра кулачка на расстоянии r_{\min} , вычерчиваются положения 1, 2, 3 и т. д. оси толкателя и его плоской тарелки C в обращенном движении (рис. 6.12).

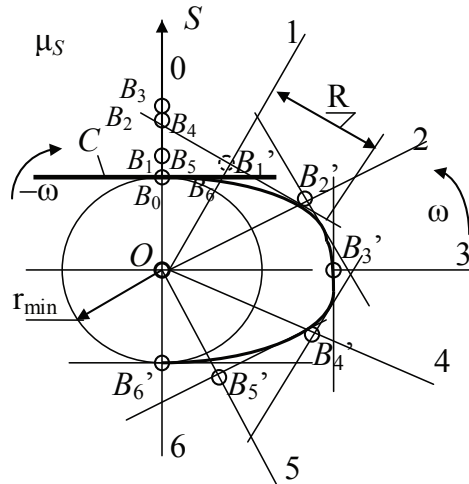


Рис. 6.12. Построение профиля кулачка с поступательно перемещающимся плоским толкателем

Огибающая семейства тарелок толкателя в обращенном движении образует действительный профиль кулачка. Размеры толкателя должны обеспечить его касание с кулачком за весь период движения. Построение выполнено в масштабе μ_s .

7. Синтез планетарных механизмов

Частота вращения n_1 входного вала, как правило, равна частоте вращения вала двигателя. Если в задании проекта не приводится частота вращения двигателя, то она выбирается студентом из следующего ряда:

$n, \text{ м}^{-1}$	3000	1500	1000	750
---------------------	------	------	------	-----

Для передачи вращательного движения в машинах от входного вала к выходному часто используются передаточные зубчатые механизмы. Передаточным отношением механизма от его входного вала 1 к выходному валу <вых> называют отношение угловых скоростей ω или частот n вращения этих валов:

$$u_{1-\text{вых}} = \omega_1 / \omega_{\text{вых}} = n_1 / n_{\text{вых}}.$$

Планетарные зубчатые механизмы по сравнению с другими обладают меньшим весом и габаритными размерами. Проектированию указанных механизмов посвящен данный раздел.

Выбор схемы планетарного редуктора

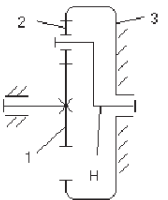
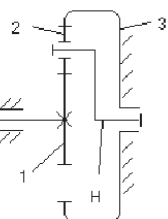
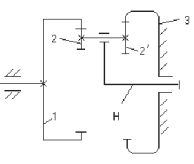
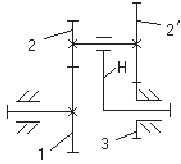
При выборе схемы редуктора следует стремиться к наиболее простой и технологичной схеме. Если требуется осуществить большое передаточное отношение, а габариты передачи должны быть минимальными, используют планетарные зубчатые передачи. Наибольшее применение получили планетарные передачи, указанные в табл. 7.1.

Для силовых передач применяют схемы 1 и 2 из табл. 7.1. Редукторы по схемам 3 и 4 используются в приборах из-за малого КПД.

Эффективность планетарных редукторов возрастает с увеличением числа « K » сателлитов благодаря снижению нагрузки на каждый работающий зуб почти в K раз. Поэтому при проектировании редуктора в схему желательно вписать наибольшее число сателлитов.

Таблица 7.1

Основные кинематические схемы планетарных редукторов

№ схе- мы	Кинематиче- ская схема	Формула для расчета переда- точного отноше- ния u	Рекомен- дуемый диапа- зон u	КПД планетарной пе- редачи (формула и чис- ленный диапазон)
1		$u_{1H} = 1 + \frac{z_3}{z_1}$	3...9	$\eta_{1H} = 1 - \frac{z_3 \psi}{z_3 + z_1}$ $\eta = 0,96...0,98$
2		$u_{1H} = 1 + \frac{z_2 z_3}{z_1 z_2'}$	7...27	$\eta_{1H} = 1 - \frac{z_3 z_2 \psi}{z_3 z_2 + z_2 z_1}$ $\eta = 0,94...0,97$
3		$u_{1H} = \left(1 - \frac{z_2 z_3}{z_1 z_2'} \right)^{-1}$	30...1500	$\eta_{1H} = \left[1 + \left \frac{z_3 z_2 \psi}{z_3 z_2 + z_2 z_1} \right \right]^{-1}$ $\eta = 0,2...0,6$
4		$u_{1H} = \left(1 - \frac{z_2 z_3}{z_1 z_2'} \right)^{-1}$	30...1500	$u_{1H} = \left(1 - \frac{z_2 z_3}{z_1 z_2'} \right)^{-1}$ $\eta = 0,2...0,5$

Общий коэффициент потерь ψ , равный $\psi = \psi_{\text{ПГ}} + \sum_1^N \psi_{3i}$,

где $\psi_{\text{ПГ}}$ — коэффициент потерь на трение в подшипниках и масляной ванне:

$\psi_{\text{ПГ}} = 0,015 \dots 0,03$ (здесь N — количество центральных колес редуктора);

ψ_{3i} — коэффициент потерь в одном зубчатом зацеплении;

$\psi_{3i} = 2,3f[(1/z_{1i}) + (1/z_{2i})]$; z_{1i}, z_{2i} — числа зубьев колес i -го зацепления;
 f — коэффициент трения в зацеплении $f = 0,1 \dots 0,06$.

Знак «+» применяют для внешнего зацепления, знак «−» — для внутреннего.

Пример 1

Дано: $n_{\text{дв}} = 1500$ об/мин; $n_{\text{вых}} = 165$ об/мин. Числа зубьев простой одноступенчатой передачи $z_1 = 16$; $z_2 = 23$.

Требуется определить общее передаточное число приводного механизма и выбрать схему планетарного редуктора для блок-схемы, показанной на рис. 7.1.

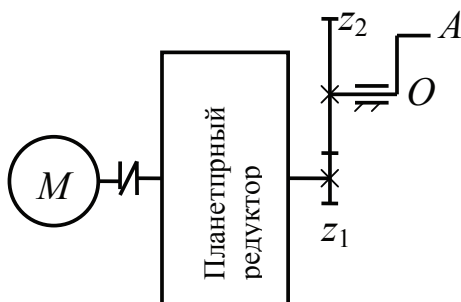


Рис. 7.1. Схема приводного механизма

Решение

Общее передаточное отношение механизма:

$$|u_{1-\text{вых}}| = |n_1/n_{\text{вых}}| = 1500/165 = 9,09 = z_2/z_1 |u_{\text{пл}}|,$$

где $u_{\text{пл}}$ — передаточное отношение планетарного редуктора:

$$|u_{\text{пл}}| = |u_{1-\text{вых}}| z_1/z_2 = 9,09 \cdot 16/23 = 6,32.$$

По табл. 7.1 выбираем планетарный редуктор механизма по схеме 1, так как требуемое передаточное отношение $|u_{\text{пл}}| = 6,32$ попадает в рекомендуемый диапазон 3 ... 9.

Подбор чисел зубьев колес планетарных передач

При подборе чисел зубьев колес и числа « K » сателлитов планетарного редуктора необходимо одновременно обеспечить следующие условия синтеза:

- *Условие требуемого передаточного отношения.*

Зависимости передаточных отношений от чисел зубьев колес для различных схем редукторов приведены в табл. 7.1.

$$u_{1H} = n_1/n_H,$$

где n_1 — частота вращения подвижного центрального колеса 1, n_H — частота вращения водила H .

- *Условие соосности*, т. е. совпадения осей вращения водила H и центральных колес 1 и 3.
- *Условие соседства*, гарантирующее отсутствие касания сателлитов друг за друга при их вращении (в редукторе размещаются K сателлитов).
- *Условие сборки*, позволяющее при сборке редуктора обеспечить попадание оси сателлита на палец водила при одновременном вхождении зубьев в зацепление с центральными колесами.

Заметим, что названные условия должны быть выполнены совместно и точно (без округлений и приближений). Допускается только отклонение фактического передаточного отношения редуктора от требуемого. В проекте допустимую погрешность передаточного отношения следует принимать как

$$\Delta u/u = |(u_{\text{тр}} - u_{\text{ф}})/u_{\text{тр}}| \leq 0,03,$$

где $u_{\text{тр}}$ — требуемое передаточное отношение; $u_{\text{ф}}$ — фактическое передаточное отношение.

При проектировании редукторов необходимо обеспечить *условие правильного зацепления*, т. е. невозможность подрезания зубьев и их интерференции. Это условие выполняется для чисел зубьев колес, приведенных в табл. 7.2.

После подбора чисел зубьев колес планетарного редуктора определяется КПД передаточного механизма. При этом учитываются формулы табл. 7.1.

Синтез зубчатой передачи заканчивается вычерчиванием в масштабе на соответствующем листе проекта кинематической схемы механиз-

ма в двух проекциях. Радиусы начальных окружностей колес на этой схеме принимаются равными радиусам делительных окружностей, определяемых по формуле $r_i = m z_i / 2$.

Таблица 7.2

Условие правильного зацепления в редукторах (см. табл. 7.1)

Параметры	Обозначение	Величина
Число зубьев центрального колеса 1	z_1	$z_{1\min} = 18$ для схем № 1...3; $z_1 = 80 \dots 180$ для схемы № 1
Число зубьев планетарных колес (сателлитов)	$z_{2\min}, z_{2'\min}$	18
Число зубьев центрального колеса 3	z_3	80 ... 180 для схем № 1...3; 17...40 для схемы № 4

Проектирование планетарного редуктора по схеме 1

Условие обеспечения заданного передаточного отношения (табл. 7.1):

$$u_{1H} = 1 + (z_3/z_1); \quad (7.1)$$

$$\text{условие соосности:} \quad z_2 = 0,5 (z_3 - z_1); \quad (7.2)$$

$$\text{условие соседства:} \quad \sin (180^\circ/K) > (z_2 + z_3)/(z_3 - z_2); \quad (7.3)$$

$$\text{условие сборки:} \quad (z_1 + z_3)/K = \Pi, \quad (7.4)$$

где Π — целое число; K — число сателлитов.

Максимальное количество сателлитов, которое можно установить в планетарном редукторе из условия соседства определяется по формуле

$$K_{\max} < 180^\circ / \arcsin \{ [(u_{1H} - 2) z_1 + 4] (z_1 \cdot u_{1H})^{-1} \}. \quad (7.5)$$

Условиями синтеза (7.1)... (7.4) определяется следующее соотношение между числами z зубьев колес и количеством K сателлитов.

$$z_1/z_2/z_3/\Pi = 1/0,5 (u_{1H} - 2)/(u_{1H} - 1)/(u_{1H}/K). \quad (7.6)$$

При этом z_1, z_2, z_3, Π — целые числа. Нумерация зубчатых колес соответствует схеме 1 (табл. 7.1).

Пример 2

Подобрать числа зубьев и количество сателлитов планетарного редуктора, схема которого представлена на рис. 7.2, при $u_{1H} = 6,3$ и определить КПД редуктора.

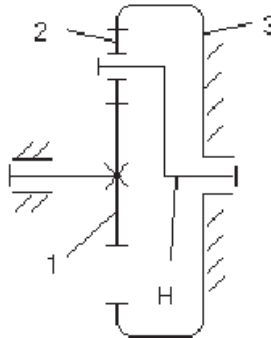


Рис. 7.2. Кинематическая схема планетарного редуктора

Решение

Предварительно, задав $z_1 = 20$ из условия правильного зацепления, определим максимальное число K_{\max} сателлитов:

$$K_{\max} < 180^\circ / \arcsin \{ [(u_{1H} - 2) z_1 + 4] (z_1 u_{1H})^{-1} \} = \\ = 180^\circ / \arcsin \{ [(6,3 - 2) 20 + 4] (20 \cdot 6,3)^{-1} \} = 3,91.$$

Округлим K_{\max} до ближайшего целого меньшего числа. Итак, максимально возможное число сателлитов $K = 3$.

Определим число зубьев при количестве сателлитов $K = 3$ и передаточном отношении редуктора $u_{1H} = 6,3$.

Из соотношения (7.6) имеем

$$z_1/z_2/z_3/\Psi = 1/0,5 (u_{1H} - 2)/(u_{1H} - 1)/(u_{1H}/K) = \\ = 1/0,5 (6,3 - 2)/(6,3 - 1)/(6,3/3) = 20/43/106/42.$$

Итак, $z_1 = 20$; $z_2 = 43$; $z_3 = 106$; $K = 3$.

Эти величины чисел зубьев удовлетворяют условию правильного зацепления и минимальных габаритов.

Проверка полученного решения на выполнение условий синтеза планетарного редуктора производится по формулам (7.1)...(7.4).

Условие обеспечения требуемого передаточного отношения

$$u_{1H\phi} = 1 + (z_3/z_1) = 1 + 106/20 = 6,3 \text{ — удовлетворяется.}$$

- Условие соосности

$z_2 = 0,5 (z_3 - z_1) = 0,5 (106 - 20) = 43$ — удовлетворяется.

- Условие соседства $\sin (180^\circ/K) > (z_2 + 2)/(z_3 - z_2)$:

$\sin (180^\circ/3) = 0,866 > (43 + 2)/(106 - 43) = 0,714$ — удовлетворяется.

- Условие сборки $(z_1 + z_3)/K = (20 + 106)/3 = 42$ — целое, удовлетворяется.

Вывод: выбранные числа зубьев и количество сателлитов удовлетворяют всем условиям синтеза.

Коэффициент полезного действия редуктора найдем по формуле (см. табл. 7.1)

$$\eta_{1H} = 1 - (z_3 \psi)/(z_3 + z_1),$$

где η_{1H} — КПД редуктора при ведущем колесе 1 и ведомом водиле H;

ψ — суммарный коэффициент потерь $\psi = \psi_{\text{ПГ}} + \psi_{31} + \psi_{32}$;

$\psi_{\text{ПГ}}$ — коэффициент потерь на трение в подшипниках качения и гидравлических потерь в масляной ванне:

$\psi_{\text{ПГ}} = 0,015 \dots 0,03$. Примем $\psi_{\text{ПГ}} = 0,02$;

ψ_{31} и ψ_{32} — коэффициенты потерь на трение в зубчатых зацеплениях;

$\psi_{3i} = 2,3 f [(1/z_{1i}) \pm (1/z_{2i})]$,

здесь f — коэффициент трения в зацеплении.

Для расчетов примем $f = 0,08$; z_{1i} и z_{2i} — соответственно число зубьев шестерни и колеса в i -м зацеплении.

Знак $+$ ставят при расчете потерь во внешнем зацеплении, знак $-$ ставят во внутреннем зацеплении.

Таким образом, имеем

$$\begin{aligned} \psi &= 0,02 + 2,3 \cdot 0,08 (1/z_1 + 1/z_2) + 2,3 \cdot 0,08 (1/z_2 - 1/z_3) = \\ &= 0,02 + 2,3 \cdot 0,08 [(1/20) + (1/43)] + 2,3 \cdot 0,08 [(1/43) - (1/106)] = 0,036. \end{aligned}$$

КПД планетарного редуктора:

$$\eta_{1H} = 1 - (106 \cdot 0,036)/(106 + 20) = 0,97.$$

Ответ: $\eta = 0,97$; $z_1 = 20$; $z_2 = 43$; $z_3 = 106$; $K = 3$; $U_{1H} = 6,3$.

Проектирование планетарного редуктора по схеме 2

Условия синтеза рассматриваемого механизма (табл. 7.1).

Примем модули всех зубчатых колес редуктора одинаковыми, а колеса нулевыми, т. е. нарезанными без смещения.

Условие обеспечения требуемого передаточного отношения

$$u_{1H} = 1 + (z_2 z_3) / (z_1 z_2');$$

- условие соседства

$$\sin(180^\circ/K) > (z_2 + 2) / (z_1 + z_2) \text{ и } \sin(180^\circ/K) > (z_2' + 2) / (z_3 - z_2');$$

- условие сборки:

$$[z_3 - (z_1 z_2') / z_2] / K = \Pi - \text{целое};$$

- условие соосности

$$z_1 + z_2 = z_3 - z_2'.$$

Из условия соседства получим

$$K_{\max} = 180^\circ / \arcsin [(|u_{1-2}| + 2/z_1) / (1 + |u_{1-2}|)].$$

В первом приближении примем $u_{1-2} \approx |u_{1H}|^{0,5} - 1$.

Из условий синтеза определяется следующее соотношение между числами зубьев колес редуктора:

$$z_1/z_2/z_2'/z_3/\Pi = 1/(e-1)/[e(e-1)/(u_{1H}-e)]/ \\ / [e(u_{1H}-1)/(u_{1H}-e)] / \{e(u_{1H}-2)/[K(u_{1H}-e)]\}. \quad (7.7)$$

Величина e определяется из неравенства

$$e \leq (1 + 2/z_{2\min}) / [1 - \sin(180^\circ/K) + (2/z_{2\min})]$$

и округляется в сторону уменьшения до простой дроби.

Пример 3

Подобрать числа зубьев и число K сателлитов планетарного редуктора по схеме 2, табл. 7.1 (рис. 7.3) при $u_{1H} = 15$.

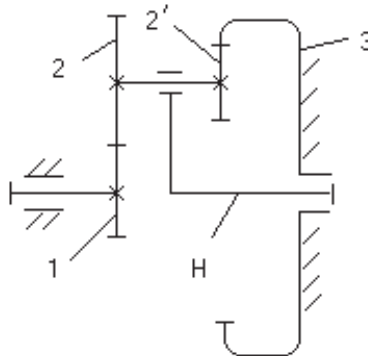


Рис. 7.3. Кинематическая схема зубчатого механизма

Решение

В соответствии с условием правильного зацепления принимаем $z_{2\min} = 20$; $z_1 = 20$:

$$u_{1-2} \approx |u_{1H}|^{0,5} - 1 = 15^{0,5} - 1 = 2,87;$$

$$\begin{aligned} K_{\max} &= 180^\circ / \arcsin [(|u_{1-2}| + 2/z_1) / (1 + |u_{1-2}|)] = \\ &= 180^\circ / \arcsin [2,87 + (2/20)] / (1 + 2,87) = 180^\circ / 50,14^\circ = 3,59. \end{aligned}$$

Принимаем число сателлитов $K = 3$.

Определим величину e из неравенства

$$\begin{aligned} e &\leq (1 + 2/z_{2\min}) / [1 - \sin (180^\circ/K) + (2/z_{2\min})] = \\ &= (1 + 2/20) [1 + (2/20) - \sin (180^\circ/3)] = 4,7. \end{aligned}$$

Принимаем $e = 4$.

В соответствии с формулой (7.7) составим соотношение чисел зубьев колес:

$$\begin{aligned} z_1/z_2/z_2'/z_3/\Pi &= 1/(e-1)/[e(e-1)/(u_{1H}-e)]/ \\ &[e(u_{1H}-1)/(u_{1H}-e)]/\{e(u_{1H}-2)/[K(u_{1H}-e)]\} = \\ &= 1/(4-1)/[4 \cdot (4-1)/(15-4)]/ \\ &[4(15-1)/(15-4)]/\{4(15-2)/[3(15-4)]\} = \\ &= 1/3/(12/11)/(56/11)/(52/33) = 33/99/36/168/52. \end{aligned}$$

Итак, $K = 3$; $z_1 = 33$; $z_2 = 99$; $z_2' = 36$; $z_3 = 168$.

Проверка условий синтеза планетарного редуктора

Указанные числа зубьев удовлетворяют условию правильного зацепления (см. табл. 6.2).

- Условие обеспечения передаточного отношения $u_{1H} = 1 + (z_2 z_3 / z_1 z_2') = 1 + (99 \cdot 168 / 33 \cdot 36) = 15$ — удовлетворяется.

- Условие соосности

$$z_1 + z_2 = z_3 - z_3'; \quad 33 + 99 = 168 - 36 \text{ — удовлетворяется.}$$

- Условие соседства

$$\sin (180^\circ/K) > (z_2 + 2)/(z_1 + z_2) \text{ и } \sin (180^\circ/K) > (z_2' + 2)/(z_3 - z_2');$$

$$\sin (180^\circ/3) > (99 + 2)/(33 + 99), \text{ т. е. } 0,866 > 0,765 \text{ и}$$

$$\sin (180^\circ/3) > (36 + 2)/(168 - 36), \text{ т. е. } 0,866 > 0,288 \text{ — удовлетворяется.}$$

- Условие сборки

$$[z_3 - (z_1 z_2')/z_2]/K = \Pi, \text{ где } \Pi \text{ — целое число,}$$

$$[168 - (33 \cdot 36)/99]/3 = 52, \text{ т. е. условие сборки удовлетворяется.}$$

Вывод: выбранные числа зубьев и число сателлитов удовлетворяют всем условиям синтеза.

Коэффициент потерь на трение в подшипниках и масляной ванне планетарного редуктора:

$$\psi = \psi_{\text{пг}} + \psi_{31} + \psi_{32} = 0,03 + 2,3f(z_1^{-1} + z_2^{-1}) + 2,3f(z_2'^{-1} - z_3^{-1}).$$

Принимая коэффициент трения $f = 0,08$ и подставляя в формулу численные значения, получим

$$\psi = 0,03 + 2,3 \cdot 0,08 (33^{-1} + 99^{-1}) + 2,3 \cdot 0,08 (36^{-1} - 168^{-1}) = 0,0414.$$

Коэффициент полезного действия редуктора найдем по формуле (см. табл. 7.1, схема 2):

$$\begin{aligned} \eta_{1H} &= 1 - [(z_2 z_3 \psi) / (z_2 z_3 - z_1 z_2')] = \\ &= 1 - [(99 \cdot 168 \cdot 0,0414) / (99 \cdot 168 - 33 \cdot 36)] = 0,954. \end{aligned}$$

Ответ: $z_1 = 33$; $z_2 = 99$; $z_2' = 36$; $z_3 = 168$; $K = 3$; $u_{1H} = 15$; $\eta_{1H} = 0,954$.

Последовательность выполнения синтеза планетарного зубчатого механизма

1. *Определим общее передаточное число передачи* от двигателя к кривошипу.

2. *Определим общее передаточное число планетарного редуктора и по табл. 7.1 выберем схему планетарного механизма.*

Для силовых передач обычно используется схема 1 или 2. Возможно последовательное соединение двух планетарных редукторов по схеме 1.

3. *Используя примеры главы 7, определяем количество сателлитов, а также числа зубьев всех колес, обеспечивающих требуемое передаточное число планетарного редуктора и дополнительных условий синтеза.*

В пояснительной записке приводятся все необходимые расчеты передачи; таблица результатов расчета, включающая числа зубьев колес и количество сателлитов; кинематическая схема спроектированной передачи, изображаемая в масштабе и включающая последовательно соединенные планетарный и рядный механизмы.

Библиографический список

1. Попов, С. А. Курсовое проектирование по теории механизмов и машин / С. А. Попов, Т. А. Тимофеев. — Москва : Высш. шк., 1998. — 351 с.
2. Теория механизмов и механика машин: учеб. для втузов / под ред. К. В. Фролова. — Москва : Высш. шк. 1998. — 496 с.
3. Тимофеев Г. А. Теория механизмов и машин: курс лекций / Г. А. Тимофеев. — Москва : Высшее образование, 2009. — 352 с.
4. Теория механизмов и машин: методические указания по выполнению курсового проекта / под ред. В. И. Соколовского. — Ч. 1. — Свердловск : УПИ, 1978. — 16 с.
5. Теория механизмов и машин: методические указания по выполнению курсового проекта / под ред. В. И. Соколовского. — Ч. 2. — Свердловск : УПИ, 1978. — 16 с.
6. Курсовое проектирование по теории механизмов и машин / под ред. А. С. Коренько. — Киев : Вища школа, 1970. — 332 с.
7. Куцубина Н. В. Теория механизмов и машин: руководство по курсовому проектированию / Н. В. Куцубина, А. А. Санников. — Екатеринбург : УГЛТА, 1997. — 160 с.
8. Теория механизмов и машин : сб. контрольных работ и курсовых проектов / под ред. И. В. Алехновича. — Минск, 1970.
9. Теория механизмов и механика машин. Терминология: учеб. пособие / Н. И. Левитский [и др.] ; под ред. К. В. Фролова. — Москва : Изд-во МГТУ им. Баумана, 2004. — 80 с.

Приложения

Приложение 1

Состав проекта

Цель проектирования — научить студентов применению методов проектирования и исследования механизмов для решения практических инженерных задач.

В состав проекта входят текстовые и графические материалы. Вся графическая часть проекта может быть выполнена на компьютере или в карандаше на плотной бумаге в соответствии с правилами машиностроительного черчения и всех требований ГОСТа (размер листа, условные обозначения, шрифт и т. д.). На всех планах и графиках должны быть указаны масштабные коэффициенты. Масштабы построений следует подбирать так, чтобы на листе не оставалось неиспользованного места. Все вспомогательные построения сохраняются. Плохо оформленные чертежи к защите не принимаются.

Текстовый материал оформляется в виде расчетно-пояснительной записки (в дальнейшем — пояснительная записка).

Тема проекта

Кинематический и динамический анализ и синтез механизмов технологической машины или машины двигателя (указывается наименование конкретной машины, например строгального станка).

Объем проекта

Проект состоит из четырех листов графического материала и пояснительной записки и включает рассмотрение следующих разделов курса:

- структурный анализ рычажного механизма;
- кинематический синтез рычажного механизма;
- кинематический анализ рычажного механизма;
- кинетостатический анализ рычажного механизма;

- синтез зубчатого передаточного механизма и эвольвентного зубчатого зацепления;
- синтез кулачкового механизма.

Требования к оформлению пояснительной записки

Пояснительная записка должна в краткой и четкой форме раскрывать замысел проекта. Терминология должна быть единой, соответствовать установленной стандартами и общепринятой в технической литературе.

Пояснительная записка к проекту подписывается сначала студентом, затем руководителем проекта.

Пояснительная записка должна быть либо сброшюрована, либо оформлена в твердую обложку. В последнем случае листы записки должны быть скреплены.

В общем случае пояснительная записка должна содержать:

- титульный лист;
- задание на проектирование, подписанное руководителем;
- содержание (оглавление);
- введение;
- основную часть;
- заключение;
- список использованных источников.

Содержание (оглавление) начинается с введения и включает основную часть, заключение, список использованных источников и приложения. В содержании должны быть указаны наименования всех разделов, подразделов, пунктов (если они имеют наименование) основной части и номера страниц, на которых размещается начало структурных частей проекта.

Листы пояснительной записки выполняются без оформления рамки с соблюдением следующих размеров полей: левое, верхнее и нижнее — 20 мм, правое — 10 мм.

Текст основной части пояснительной записки делят на разделы, подразделы, пункты, подпункты.

Страницы пояснительной записки нумеруют арабскими цифрами, соблюдая сквозную нумерацию по всему тексту записки, включая приложения. Титульный лист и задание на проектирование включают в общую нумерацию пояснительной записки. Номер страницы на них не ставят. Разделы должны иметь порядковую нумерацию в пределах всей основной части и обозначаться арабскими цифрами без точки.

Все иллюстрирующие материалы пояснительной записки (рисунки, схемы, диаграммы, графики и т. п.) называют рисунками. Рисунки обозначают словом «рис.» и нумеруют последовательно арабскими цифрами. Все рисунки выполняют карандашом или одноцветной пастой (черной, синей, фиолетовой) на листах пояснительной записки. Иллюстрации должны быть расположены так, чтобы их было удобно рассматривать без поворота или с поворотом по часовой стрелке. Иллюстрации располагают после первой ссылки на них. Иллюстрации должны иметь наименование.

Таблицы нумеруют последовательно арабскими цифрами. Номер со словом «таблица» размещают над таблицей без абзацного отступа. При переносе части таблицы на другой лист слово «таблица» и номер указывают один раз слева над первой частью таблицы. Над другими частями слева без абзацного отступа пишут слово «продолжение» и указывают номер таблицы. Например: «Продолжение таблицы 1.2».

В формулах следует применять общепринятые обозначения. Пояснение значений символов и числовых коэффициентов следует приводить непосредственно под формулой в той же последовательности, в какой они даны в формуле. Значение каждого символа и числового коэффициента дают с новой строки и после запятой указывают его размерность. Первую строку пояснения начинают со слова «где» без двоеточия после него.

После формулы, записанной в общем виде, в нее подставляют числовые значения входящих параметров и приводят результаты вычисления с обязательным указанием размерности полученной величины. Если необходимо указать численные значения входящих в формулу величин, то расшифровку величин приводят в скобках при расшифровке соответствующего символа.

Уравнения и формулы следует выделять из текста в отдельную строку. Если уравнение не помещается в одну строку, оно должно быть перенесено после знака равенства (=) или после знаков плюс (+), минус (–), умножения (\times), причем знаки равенства и действий пишутся на обеих строках.

В документе следует применять стандартизованные единицы физических величин, их наименования и обозначения в соответствии с ГОСТ 8.417.

Ссылки на источники приводят в тексте, указывая их порядковый номер по списку использованных источников и выделяя квадратны-

ми скобками. Например: «... [5]» (книга, статья и т. п., имеющая в списке использованных источников порядковый номер 5).

Во Введении указывается принцип действия и назначение машины и ее механизмов, рассматриваемых в проекте. Перечисляются задачи, решаемые в проекте и цель решения этих задач.

В Заключение указываются основные выводы, полученные в проекте:

- обеспечивают ли заданные длины звеньев условие существования кривошипа и условия оптимальной передачи сил? Если нет, то какие решения приняты проектантом;
- как соотносятся силы инерции с силами внешнего сопротивления;
- качественные показатели спроектированного зубчатого механизма и зацепления;
- основные геометрические параметры и фактические предельные значения углов передачи спроектированного кулачкового механизма.

Защита проекта

Выполненный проект представляется на защиту. Защита проекта представляет собой обоснование правильности полученных решений, зачет по теоретическому материалу, использованному при выполнении проекта. Кроме того, при защите учитывается качество графических работ, пояснительной записки и ритмичность работы студента над проектом.

Приложение 2

Пример выполнения расчетно-пояснительной записки

Задание на проектирование

Наименование машины: пресс брикетирования стружки.

Кинематические схемы механизмов толкателя показаны на рис. П. 2.1 ... П. 2.3. Диаграмма технологической силы, действующей на ползун D , изображена на рис. П. 2.4. Диаграмма аналогов ускорений толкателя кулачкового механизма показана на рис. П. 2.5. Размеры и массы звеньев рычажного механизма указаны в табл. П. 2.1. Технологическое усилие, действующее на ползун D при рабочем ходе, равно $F = 4300$ Н. При холостом ходе ползуна D усилие $F=0$ (рис. П. 2.4).

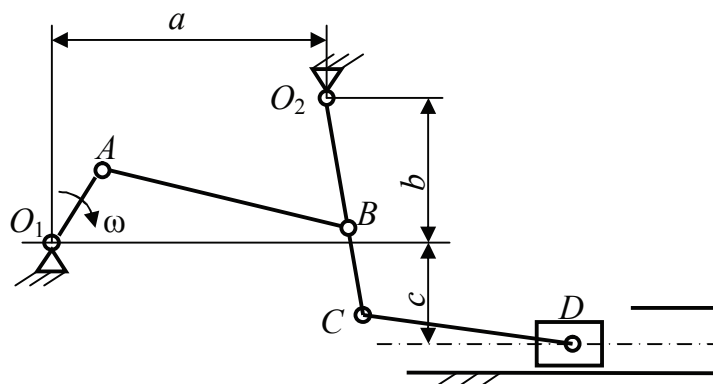


Рис. П.2.1. Кинематическая схема рычажного механизма

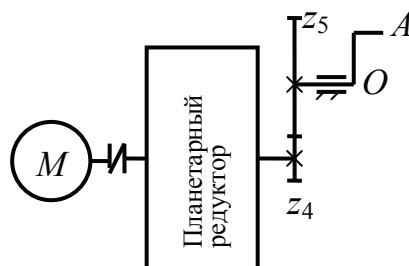


Рис. П.2.2. Кинематическая схема приводного механизма

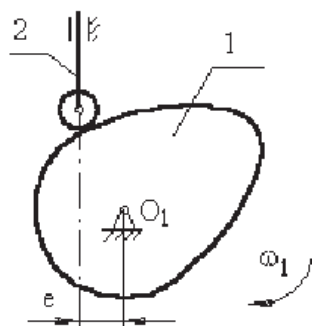


Рис. П.2.3. Кинематическая схема кулачкового механизма

Таблица П.2.1

Исходные данные для проекта

Наименование параметра	Обозначение и величина
Длина кривошипа O_1A , м	$L_{O_1A} = 0,1$
Длина шатуна AB , м	$L_{AB} = 0,4$
Длина коромысла O_2B , м	$L_{O_2B} = 0,3$
Длина коромысла O_2C , м	$L_{O_2C} = 0,5$
a , м	0,4
b , м	0,3
c , м	0,2
Длина шатуна CD , м	$L_{CD} = 0,5$
Масса кривошипа O_1A , кг	$m_1 = 25,1$
Масса шатуна AB , кг	$m_2 = 8,4$
Масса коромысла O_2C , кг	$m_3 = 9,95$
Масса шатуна CD , кг	$m_4 = 10,2$
Масса ползуна D , кг	$m_5 = 40,5$
Моменты инерции звеньев I_{Si} относительно их центров тяжести, кг·м ²	$I_{S1} = 0,0209$ $I_{S2} = 0,132$ $I_{S3} = 0,106$ $I_{S4} = 1,264$
Центры тяжести звеньев, обозначенные буквой S , расположены на серединах длин звеньев	
Частота вращения O_1A , мин ⁻¹	$n_1 = n_{O_1A} = 200$

Окончание табл. П.2.1

Наименование параметра	Обозначение и величина
Числа зубьев и модуль зубчатых колес рядной зубчатой передачи	$z_4 = 12$ $z_5 = 18$ $m = 10 \text{ мм}$
Частота вращения электродвигателя, мин^{-1}	$n_{\text{дв}} = 1500$
Ход толкателя	$S_{\text{max}} = 0,01 \text{ м}$
Фазовые углы поворота кулачка	$\varphi_y = 75^\circ$ $\varphi_c = 75^\circ$ $\varphi_B = 0^\circ$
Допустимый угол передачи движения кулачкового механизма	$\gamma_{\text{мин}} = 60^\circ$

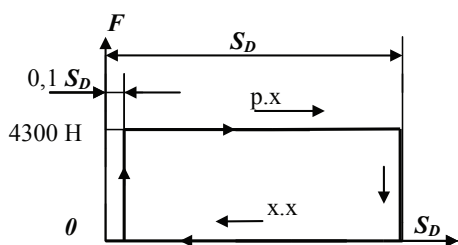
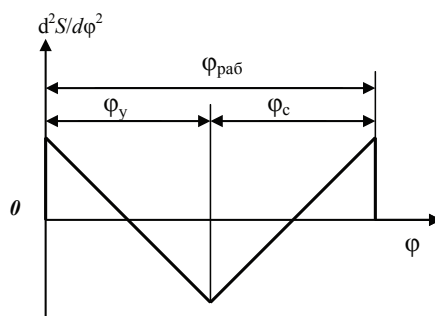
Рис. П. 2.4. Диаграмма силы прессования, действующей на ползун D 

Рис. П. 2.5. Диаграмма аналогов ускорений толкателя кулачкового механизма

Введение

Пресс брикетирования стружки приводится в движение асинхронным электродвигателем, вал которого вращается с синхронной скоростью $n_c = 750 \text{ мин}^{-1}$. С помощью понижающей зубчатой передачи движение от двигателя передается кривошипу рычажного механизма, вращающемуся с частотой вращения $n_1 = n_{0,4} = 30 \text{ мин}^{-1}$.

Рычажный механизм преобразовывает вращение кривошипа OA в возвратно поступательное движение ползуна D . Слева от ползуна расположена рабочая зона прессы. Справа рабочая зона ограничена стенкой. Когда ползун находится в крайнем левом положении, в рабочую зону поступает пакет со стружкой.

Перемещаясь вправо, ползун прессует стружку, превращая ее в брикет. При движении ползуна влево (холостой ход) брикет удаляется из рабочей зоны с помощью кулачкового механизма, а на его место подается новый пакет со стружкой.

В настоящем проекте необходимо решить следующие задачи:

- Произвести структурный анализ рычажного механизма.
- Построить в масштабе планы механизма в восьми ... двенадцати положениях.
- Проверить работоспособность рычажного механизма по условию существования кривошипа и благоприятной передачи сил в механизме. Если указанные условия не выполняются, то следует изменить длины звеньев в задании на проект.
- Произвести кинематический анализ рычажного механизма методом планов скоростей и ускорений и методом кинематических диаграмм. Планы скоростей выполняются для всех положений механизма. Планы ускорений — для двух положений: одно на рабочем ходе машины; другое соответствует крайнему положению выходного звена механизма.
- Определить реакции во всех кинематических парах рычажного механизма для его положения на рабочем ходе.
- Произвести синтез эвольвентного зубчатого зацепления по заданным условиям.
- Выполнить синтез заданного кулачкового механизма.
- Произвести синтез зубчатого планетарного механизма.

Структурный и кинематический анализ рычажного механизма

Целью кинематического анализа является определение взаимного положения звеньев механизма, а также скоростей и ускорений его звеньев. Графическое решение этих задач представлено в примерах выполнения листов проекта.

Структурный анализ рычажного механизма

Кинематическая схема рычажного механизма показана на рис. П. 2.1. Механизм плоский рычажный.

Для этого механизма $n = 5$; $p_5 = 7$; $p_4 = 0$.

Степень подвижности плоского механизма определяется по формуле П. Л. Чебышева:

$$W = 3n - 2p_5 - p_4 = 3 \cdot 5 - 2 \cdot 7 - 0 = 1,$$

где n — число подвижных звеньев; p_5 — число пар пятого класса; p_4 — число пар четвертого класса.

Согласно полученному результату для определенности движения всех звеньев механизма необходимо иметь одно входное звено.

Разложение механизма на группы Ассра показано на рис. П.2.6.

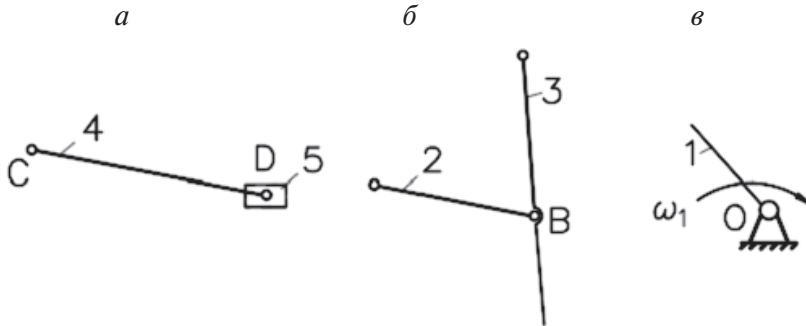


Рис. П.2.6. Строеие механизма:

a — группа Ассра 2-го класса 2-го вида 2-го порядка; b — группа Ассра 2-го класса 1-го вида 2-го порядка; $в$ — механизм 1-го класса или группа начальных звеньев

Вывод: рассматриваемый механизм является механизмом 2-го класса.

Построение положений звеньев

Задача о положениях звеньев решается на первом листе проекта графически путем построения кинематической схемы механизма в двенадцати положениях механизма. На плане механизма отобразим входное звено O_1A отрезком длиной 25 мм.

Масштабный коэффициент планов механизма

$$k_s = \frac{L_{O_1A}}{(O_1A)} = \frac{0,1}{25} = 0,004 \text{ м/мм.}$$

Из выполненного построения видно, что начальное звено O_1A совершает полный оборот относительно точки O_1 .

Во всех положениях механизма углы давления α действия ведущих звеньев на ведомые не превышают допустимых значений. В частности, максимальный по модулю угол давления шатуна 4 на ползун 5 $|\alpha_{\max.4-5}| = 7^\circ$, угол давления шатуна 2 на коромысло $|\alpha_{\max.2-3}| = 17^\circ$. Эти величины значительно меньше допускаемых углов давления.

Для звеньев, входящих в поступательные кинематические пары, $[\alpha_{\max.4-5}] = 30^\circ$. Для звеньев, входящих только во вращательные пары, $[\alpha_{\max.2-3}] = 45^\circ$.

Так как условия существования кривошипа и благоприятной передачи сил в механизме выполнены, длины звеньев оставляем неизменными.

Определение скоростей звеньев механизма

Для примера рассмотрим 2-е положение механизма.

Средняя угловая скорость начального звена O_1A

$$\omega_1 = \frac{\pi \cdot n_{O_1A}}{30} = \frac{3,14 \cdot 200}{30} = 21 \text{ с}^{-1}$$

Скорость точки A :

$$\vec{V}_A \perp O_1A; V_A = \omega_1 \cdot L_{O_1A} = 21 \cdot 0,1 = 2,1 \text{ м/с.}$$

Скорости остальных точек механизма находим путем построения плана скоростей. Принимаем длину отрезка $(p_v a)$, изображающего аналог скорости \vec{V}_A точки A , равной 105 мм.

Тогда масштабный коэффициент плана аналогов скоростей

$$k_v = \frac{V_A}{(p_v a)} = \frac{2,1}{105} = 0,02 \text{ м/(с} \cdot \text{мм)}.$$

Рассматривая движение точки B вместе с точками A и O_2 (переносное движение) и относительно этих точек, получим векторные уравнения для построения скорости этой точки:

$$\vec{V}_B = \vec{V}_A + \vec{V}_{BA}; V_B = \vec{V}_{O_2} + \vec{V}_{BO_2}.$$

$$\vec{V}_{O_2} = 0; V_{BA} \perp BA; \vec{V}_{BO_2} \perp BO_2.$$

Величина (модуль) скорости точки B :

$$V_B = (P_v b)k_v = 77 \cdot 0,02 = 1,54 \text{ м/с.}$$

Аналог скорости точки C коромысла определяем с помощью теоремы подобия

$$\frac{(p_v c)}{(p_v b)} = \frac{L_{CO_2}}{L_{BO_2}}, \text{ откуда } p_v c = (p_v b) \frac{L_{CO_2}}{L_{BO_2}} = 77 \cdot \frac{0,5}{0,3} = 128,3 \text{ мм.}$$

Итак, $V_C = (p_v c)k_v = 128,3 \cdot 0,02 = 2,57 \text{ м/с.}$

Векторные уравнения для нахождения аналога скорости точки D имеют следующий вид:

$$\vec{V}_D = \vec{V}_C + \vec{V}_{DC}; \vec{V}_D = \vec{V}_{D_x} + \vec{V}_{DD_x}.$$

где $\vec{V}_{D_x} = 0$ — аналог скорости точки, принадлежащей неподвижной направляющей x - x ползуна D ;

$$\vec{V}_{DC} \perp DC; \vec{V}_{DD_x} \parallel x-x.$$

Скорость точки D : $V_D = (p_v d) k_v = 127 \cdot 0,02 = 2,54 \text{ м}$.

Определение угловых скоростей звеньев:

$$\omega_1 = 21 \text{ с}^{-1};$$

$$\omega_2 = \frac{V_{AB}}{L_{AB}} = \frac{(ab)k_v}{L_{AB}} = \frac{59 \cdot 0,02}{0,4} = 2,95 \text{ с}^{-1};$$

$$\omega_3 = \frac{V_B}{L_{BO_2}} = \frac{1,54}{0,3} = 5,13 \text{ с}^{-1};$$

$$\omega_4 = \frac{V_{DC}}{L_{DC}} = \frac{(cd)k_v}{L_{DC}} = \frac{22 \cdot 0,02}{0,5} = 0,88 \text{ с}^{-1}.$$

Направление угловой скорости ω_2 определяем по относительной линейной скорости. Например, если в положении 2 к точке B приложить вектор \vec{V}_{BA} , то звено AB будет вращаться относительно точки A по часовой стрелке. Поэтому ω_2 направлена также по часовой стрелке. Направление аналогов угловых скоростей остальных звеньев определяется аналогично.

На основании планов скоростей составляется таблица скоростей точек и угловых скоростей звеньев (табл. П. 2.2) для всех положений механизма.

Таблица П.2.2

Линейные скорости V точек и угловые скорости ω звеньев механизма в положении 2

Параметры	Точки				Звенья				
	A	B	C	D	$O_1 A$	AB	$O_2 BC$	CD	Ползун D
$V, \text{ м/с}$	2,1	1,54	2,56	2,54	—	—	—	—	—
$\omega, \text{ с}^{-1}$	—	—	—	—	(ω_1) 21	(ω_2) 2,59	(ω_3) 5,13	(ω_4) 0,88	0

Определение ускорений звеньев механизма

Ускорение точки A :

$$\vec{a} = \vec{a}_{AO_1}^n + \vec{a}_{AO_1}^{\tau},$$

где $\vec{a}_{AO_1}^n$ — нормальное (центростремительное) ускорение точки A относительно точки O_1 , направленное вдоль звена $O_1 A$ к центру O_1 отно-

сительного вращения; $\vec{a}_{AO_1}^\tau$ — тангенциальное ускорение точки A относительно точки O_1 , направленное перпендикулярно звену O_1A .

$$a_{AO_1}^n = \omega_1^2 L_{OA} = 2,1^2 \cdot 0,1 = 44,1 \text{ м/с}^2.$$

$$a_{AO_1}^\tau = \varepsilon_1 L_{OA} = 0.$$

Принимаем длину отрезка $p_a a'$, изображающего вектор ускорения точки A , равной 88 мм. Тогда масштабный коэффициент плана ускорений

$$k_a = a_{AO}^n / p_a a^n = 44,1/88 \approx 0,5 \text{ м/}(\text{с}^2 \cdot \text{мм}).$$

Рассматривая движение точки B вместе с точками A и O_2 (переносное движение) и относительно этих точек, получим векторные уравнения для построения ускорения точки:

$$\begin{cases} \vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA}^n + \vec{a}_{BA}^\tau; \\ \vec{a}_B = \vec{a}_{O_2} + \vec{a}_{BO_2} + \vec{a}_{BO_2}^\tau. \end{cases}$$

Первое уравнение $\vec{a}_{BA}^n \parallel AB$; $\vec{a}_{BA}^\tau \perp BA$;

$$a_{BA}^n = \omega_2^2 L_{AB} = 2,59^2 \cdot 0,4 = 2,68 \text{ м/с}^2.$$

Графическое изображение вектора нормального ускорения a_{BA}^n на плане ускорений, равное отрезку an_{BA} , определяется по формуле

$$an_{BA} = a_{BA}^n / k_a = 2,68/0,5 = 5,4 \text{ мм.}$$

Второе уравнение $\vec{a}_{O_2} = 0$; $\vec{a}_{BO_2} \parallel BO_2$; $\vec{a}_{BO_2}^\tau \perp BO_2$;

$$a_{BO_2}^n = \omega_3^2 L_{BO_2} = 5,13^2 \cdot 0,3 = 7,9 \text{ м/с}^2.$$

Графическое изображение нормального ускорения $a_{BO_2}^n$ определим по формуле $an_{BO_2} = a_{BO_2}^n / k_a = 7,9/0,5 = 15,8 \text{ мм.}$

Величина (модуль) ускорения точки B :

$$a_B = (p_a b) k_a = 59 \cdot 0,5 = 29,5 \text{ м/с}^2.$$

Ускорение точки C коромысла определяем по теореме подобия:

$$\frac{a_{CO_2}}{a_{BO_2}} = \frac{(p_a c)}{(p_a b)} = \frac{L_{CO_2}}{L_{BO_2}},$$

откуда $(p_a c) = (p_a b) L_{CO_2} / L_{BO_2} = 59 \cdot 0,5/0,3 = 98,3 \text{ мм.}$

Абсолютное ускорение точки C :

$$a_C = (p_a c) k_a = 98,3 \cdot 0,5 = 49,2 \text{ м/с}^2.$$

Векторные уравнения для нахождения ускорения точки D :

$$\begin{cases} \vec{a}_D = \vec{a}_C + \vec{a}_{DC}^n + \vec{a}_{DC}^\tau; \\ \vec{a}_D = \vec{a}_{Dx} + \vec{a}_{DD_x}^k + \vec{a}_{DD_x}^r, \end{cases}$$

где $\vec{a}_{DC}^n \parallel DC$; $a_{DC}^n = \omega_4^2 L_{DC} = 0,88^2 \cdot 0,5 = 0,387 \text{ м/с}^2$.

$$\vec{a}_{DC}^r \perp DC$$

Графическое изображение нормального ускорения a_{DC}^n :

$$an_{DC} = a_{DC}^n / k_a = 0,387 / 0,5 \approx 0,8 \text{ мм};$$

$$\vec{a}_{Dx} = 0; \vec{a}_{Dx}^k = 0; \vec{a}_{Dx}^r \parallel xx.$$

Абсолютное ускорение точки D :

$$a_D = (p_a d) k_a = 101 \cdot 0,5 = 50,5 \text{ м/с}^2.$$

Определение ускорений центров тяжести звеньев производится с помощью теоремы подобия, м/с^2 :

$$a_{S1} = (p_a S_1) k_a = 44 \cdot 0,5 = 22,$$

$$a_{S2} = (p_a S_2) k_a = 67 \cdot 0,5 = 33,5,$$

$$a_{S3} = (p_a S_3) k_a = 51 \cdot 0,5 = 25,5,$$

$$a_{S4} = (p_a S_4) k_a = 101 \cdot 0,5 = 50,5.$$

$$a_{S5} = a_D = 50,5 \text{ м/с}^2.$$

Определение модулей угловых ускорений звеньев механизма, с^{-2} :

$$\omega_2 = \frac{a_{BA}^r}{L_{BA}} = \frac{(n_{BA} b) k_a}{L_{BA}} = \frac{73 \cdot 0,5}{0,4} = 91,2,$$

$$\omega_3 = \frac{a_{BO_2}^r}{L_{BO_2}} = \frac{(n_{BO_2} b) k_a}{L_{BO_2}} = \frac{58 \cdot 0,5}{0,3} = 96,7, \quad \omega_4 = \frac{a_{DC}^r}{L_{DC}} = \frac{(n_{DC} d) k_a}{L_{DC}} = \frac{8 \cdot 0,5}{0,5} = 8,$$

$\varepsilon_5 = 0$, так как звено 5 совершает только поступательное движение.

Для определения направления углового ускорения ε_2 переносим вектор \vec{a}_{BA}^r в точку B . Угловое ускорение ε_2 направлено против вращения стрелки часов.

Направления угловых ускорений остальных звеньев отыскиваются аналогично. Ускорения точек и звеньев механизма во 2-м положении механизма приведены ниже.

Линейные ускорения a точек механизма в положении 2

Ускорения	Точки								
	A	B	C	D	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5
$a, \text{м/с}^2$	44,1	29,5	49,2	50,5	22	33,5	23,5	50,5	50,5

Угловые ускорения ε звеньев механизма в положении 2

Угловые ускорения	Звенья			
	$O_1 A$	AB	BO_2	CD
$\varepsilon, \text{с}^{-2}$	0	91,2	96,7	8

Кинематический анализ методом графического дифференцирования

Этим методом определим скорость выходного звена — ползуна D . Сначала строим диаграмму « $S_D - t$ » перемещений ползуна D в функции от времени. Диаграмму « $V_D - t$ » скорость как функция времени строим методом графического дифференцирования. При построении графика « $S_D - t$ » применим масштаб $k_s = 0,044$ м/мм.

$$\text{Время одного оборота кривошипа } O_1A: T = \frac{60}{n_{O_1A}} = \frac{60}{200} = 0,3 \text{ с.}$$

Вычислим масштабные коэффициенты:

$$\text{масштаб времени } k_t = \frac{T}{L} = \frac{0,3}{145} = 0,0021 \text{ с / мм},$$

где $L=145$ мм — графическое отображение по оси абсцисс времени T на диаграмме « $V_D - t$ ».

$$\text{Масштаб скорости } k_v = \frac{k_s}{k_t \cdot H} = \frac{0,004}{0,0021 \cdot 25} = 0,00768 \frac{\text{м}}{\text{с} \cdot \text{мм}}.$$

Здесь H — расстояние, отложенное вдоль оси абсцисс влево от начала координат до точки P графика « $V_D - t$ ».

Для второго положения механизма скорость точки D по диаграмме « $V_D - t$ »:

$$V_D = V_{2 \text{ граф}} k_v = 32 \cdot 0,00768 = 2,46 \text{ м/с},$$

где $V_{2 \text{ граф}}$ — ордината графика « $V_D - t$ », в мм, в положении 2-го механизма.

В табл. П. 2.5 приведены величины скорости точки D , вычисленные из планов скоростей и из кинематической диаграммы « $V_D - t$ » для всех положений механизма

Таблица П. 2.5

Скорости точки D , вычисленные из планов скоростей
и из кинематической диаграммы « $V_D - t$ » (м/с)

V_D	Положения механизма											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Из плана V	1,4	2,54	3,7	3,86	2,37	0	2,2	3,47	3,86	2,9	1,6	0
Из « $V_D - t$ »	1,3	2,5	3,6	3,7	2,5	0	2,1	3,5	3,9	2,8	1,5	0

Силовой расчет рычажного механизма

Задачей этого раздела проекта является определение сил, действующих на звенья механизма, реакций во всех кинематических парах и величины уравновешивающей силы (момента) на начальном звене механизма для положений механизма, указанных преподавателем. Решение названных задач необходимо для проведения прочностных расчетов звеньев и элементов кинематических пар механизма.

Определение сил, действующих на звенья механизма

Сила тяжести звеньев, Н:

$$G_1 = m_1 g = 25,1 \cdot 9,81 = 246,2,$$

$$G_2 = m_2 g = 8,4 \cdot 9,81 = 82,4,$$

$$G_3 = m_3 g = 9,95 \cdot 9,81 = 97,6,$$

$$G_4 = m_4 g = 10,2 \cdot 9,81 = 100,$$

$$G_5 = m_5 g = 40,5 \cdot 9,81 = 397,3.$$

Сила сопротивления перемещению ползуна, направленная в противоположную сторону скорости, $F = 4300$ Н.

Величины сил инерции, Н:

$$\Phi_{и1} = m_1 a_{s1} = 25,1 \cdot 22 = 552,2,$$

$$\Phi_{и2} = m_2 a_{s2} = 8,4 \cdot 33,5 = 281,4,$$

$$\Phi_{и3} = m_3 a_{s3} = 9,95 \cdot 23,5 = 233,8,$$

$$\Phi_{и4} = m_4 a_{s4} = 10,2 \cdot 50,5 = 515,$$

$$\Phi_{и5} = m_5 a_{s5} = 40,5 \cdot 50,5 = 2045.$$

Эти силы прикладываем к центрам тяжести соответствующих звеньев и направляем в сторону, противоположную вектору ускорения центра тяжести.

Моменты от сил инерции звеньев, Н·м:

$$M_{и1} = I_{s1} \varepsilon_1 = 0,0209 \cdot 0 = 0,$$

$$M_{и2} = I_{s2} \varepsilon_2 = 0,132 \cdot 91,2 = 12,0,$$

$$M_{и3} = I_{s3} \varepsilon_3 = 0,1062 \cdot 96,7 = 10,3,$$

$$M_{и4} = I_{s4} \varepsilon_4 = 1,234 \cdot 8 = 9,9.$$

Определение реакций в кинематических парах и уравновешивающей силы

Силовой расчет механизма начинаем с группы Ассура $CD-D$, наиболее удаленной от входного звена O_1A . На звенья этой группы действуют известные по величине и направлению силы веса G_4 и G_5 , силы инерции $\Phi_{и4}$ и $\Phi_{и5}$, момент $M_{и4}$ от сил инерции и технологическое усилие F .

Эту группу Ассура освобождаем от связей и вместо них прикладываем в паре C реакцию \vec{R}_{3-4} , а в паре D — реакцию \vec{R}_{0-5} . Обе реакции не известны по величине. Реакция \vec{R}_{0-5} направлена перпендикулярно направляющей xx ползуна D . Реакция \vec{R}_{3-4} неизвестна по направлению.

Реакцию \vec{R}_{3-4} раскладываем на две взаимно перпендикулярные составляющие $R_{34}^{\tau} \perp CD$ и $R_{34}^n \parallel CD$.

Запишем уравнение моментов всех сил, действующих на звено 4 относительно точки D :

$$\Sigma M_{D(зв.4)} = -R_{34}^{\tau} L_{CD} + \Phi_{И4} h_2 k_S + G_4 h_1 k_S + M_{И4} = 0.$$

Откуда

$$R_{34}^{\tau} = \frac{\Phi_{И4} h_2 k_S + G_4 h_1 k_S + M_{И4}}{L_{CD}} = \frac{515 \cdot 3,5 \cdot 0,005 + 100 \cdot 50 \cdot 0,005 + 9,9}{0,5} = 87,8 \text{ Н}.$$

Далее, приняв масштаб сил $k_F = 20 \text{ Н/мм}$, строим план сил по векторному уравнению

$$\Sigma \vec{F}_{(гр. Ассура)} = \vec{R}_{34}^{\tau} + \Phi_{И4} + \vec{G}_4 + \vec{G}_5 + \vec{\Phi}_{И5} + \vec{F} + \vec{R}_{05} + \vec{R}_{34}^n = 0.$$

Из плана сил находим величины и направления сил \vec{R}_{31}^n и \vec{R}_{05} , а также полную реакцию в паре C : $\vec{R}_{34} = \vec{R}_{34}^n + \vec{R}_{34}^{\tau}$.

Для того чтобы отыскать реакцию \vec{R}_{45} во вращательной кинематической паре D , рассмотрим равновесие всех сил, действующих на звено 5:

$$\Sigma \vec{F}_{(зв.5)} = \vec{G}_5 + \vec{\Phi}_{И5} + \vec{F} + \vec{R}_{05} + \vec{R}_{45} = 0.$$

Учитывая масштабный коэффициент плана сил $k_F = 20 \text{ Н/мм}$, находим модули векторов $R_{34} = 6850 \text{ Н}$, $R_{05} = 530 \text{ Н}$, $R_{45} = 6350 \text{ Н}$.

Переходим к силовому расчету группы Ассура 2-го класса 1-го вида, образованного звеньями AB и CO_2 . Реакцию \vec{R}_{1-2} раскладываем на $\vec{R}_{1-2}^{\tau} \perp AB$ и $\vec{R}_{1-2}^n \parallel AB$. Аналогично реакцию \vec{R}_{0-3} разложим на $\vec{R}_{0-3}^{\tau} \perp BO_2$ и $\vec{R}_{0-3}^n \parallel BO_2$.

Составим уравнение моментов всех сил, действующих на звено 3 относительно точки B :

$$\Sigma M_{B(зв.3)} = R_{03}^{\tau} L_{BO_2} - R_{43} h_5 k_S + \Phi_{И3} h_4 k_S - G_3 h_2 k_S - M_{И3} = 0.$$

Откуда

$$R_{03}^{\tau} = \frac{R_{43}h_5k_S - \Phi_{И3}h_4k_S + G_3h_2k_S + M_{И3}}{L_{BO_2}} =$$

$$= \frac{6850 \cdot 39 \cdot 0,005 - 233,8 \cdot 10 \cdot 0,005 + 97,6 \cdot 2 \cdot 0,005 + 10,3}{0,3} = 4451 \text{ Н.}$$

Составим уравнение моментов всех сил, действующих на звено 2 относительно точки B :

$$\sum M_{B(зв.2)} = R_{12}^{\tau} L_{AB} - \Phi_{И2}h_3k_S + G_2h_1k_S - M_{И2} = 0.$$

Откуда

$$R_{12}^{\tau} = \frac{\Phi_{И2}h_3k_S - G_2h_1k_S + M_{И2}}{L_{AB}} =$$

$$= \frac{281,4 \cdot 18 \cdot 0,005 - 82,4 \cdot 34 \cdot 0,005 + 12}{0,4} = 58,2 \text{ Н.}$$

Задавшись масштабом $k_F = 35 \text{ Н/мм}$, строим план сил для всей группы Ассур $AB-CO_2$ согласно векторному уравнению

$$\Sigma \vec{F}_{(гр. Ассур)} = \vec{R}_{03}^{\tau} + \vec{R}_{43} + \vec{\Phi}_{И3} + \vec{G}_3 + \vec{\Phi}_{И2} + \vec{G}_2 + \vec{R}_{12}^{\tau} + \vec{R}_{12}^n + \vec{R}_{03}^n = 0.$$

Из плана сил находим величины и направления сил \vec{R}_{1-2}^n и \vec{R}_{0-3}^n , а также полные реакции в кинематических парах A и O_2 .

$$\vec{R}_{0-3} = \vec{R}_{0-3}^n + \vec{R}_{0-3}^{\tau}, \quad \vec{R}_{1-2} = \vec{R}_{1-2}^{\tau} + \vec{R}_{1-2}^n.$$

Для того чтобы отыскать реакцию \vec{R}_{32} во вращательной паре B , рассмотрим равновесие всех сил, действующих на звено 2:

$$\Sigma \vec{F}_{зв.2} = \vec{R}_{12} + \vec{G}_2 + \vec{\Phi}_{И2} + \vec{R}_{32} = 0.$$

Учитывая масштабный коэффициент плана сил $k_F = 35 \text{ Н/мм}$, находим модули векторов $R_{12} = 11500 \text{ Н}$, $R_{03} = 4750 \text{ Н}$, $R_{32} = 10300 \text{ Н}$.

Силовой расчет входного звена $O_1 A$ механизма

На звено $O_1 A$, кроме реакций R_{21} в шарнире A и R_{01} в шарнире O_1 , силы веса кривошипа G_1 , действует также уравновешивающая сила $F_{уп}$.

Уравновешивающая сила является реальной силой действия частей машины не рассматриваемых в силовом расчете на звено $O_1 A$. В нашем случае она действует в полюсе зацепления со стороны зубчатого колеса 4 на колесо 5 и направлена под углом 70° к линии центров ко-

лес. Расстояние от полюса зацепления до оси вращения O_1 кривошипа O_1A примерно равно радиусу r_5 делительной окружности колеса 5.

$$r_5 = m z_5 / 2 = 10 \cdot 18 / 2 = 90 \text{ мм.}$$

На чертеже начального звена с учетом масштабного коэффициента изобразим длину кривошипа O_1A и делительную окружность с радиусом r_5 и уравнивающую силу.

Величину уравнивающей силы находим из условия равновесия моментов сил, действующих на звено O_1A :

$$\sum M_{O_1 (\text{зв.1})} = -F_{\text{уп}} h_y + R_{21} h_3 + G_1 h_1 = 0.$$

Откуда

$$F_{\text{уп}} = (R_{21} h_3 + G_1 h_1) / h_y = (11500 \cdot 24 + 246 \cdot 8) / 25 = 11119 \text{ Н.}$$

Для определения реакции в кинематической паре, образованной входным звеном со стойкой, необходимо привести в равновесие все силы, действующие на это звено, с учетом уравнивающей силы.

$$\sum \vec{F}_{(\text{зв.1})} = \vec{R}_{21} + \vec{F}_{\text{уп}} + \vec{\Phi}_{\text{И1}} + \vec{G}_1 + \vec{R}_{0-1} = 0.$$

Строим план сил в масштабе $k_F = 85 \text{ Н/мм}$.

Модули реакций в кинематических парах и уравнивающей силы представлены ниже.

R_{01}	$R_{12,}$	R_{23}	R_{03}	R_{34}	R_{45}	R_{05}	$R_{\text{уп}}$
13900	11500	10300	4750	6850	9350	530	11119

Определение уравнивающей силы методом Н. Е. Жуковского

Для нахождения уравнивающей силы методом Н. Е. Жуковского на уже имеющемся плане скоростей необходимо методом подобия достроить скорость точки, к которой приложена уравнивающая сила.

Моменты сил инерции заменяем парами сил:

$$F_{\text{И2}} = M_{\text{И2}} / L_{AB} = 12 / 0,4 = 30 \text{ Н,}$$

$$F_{\text{И3}} = M_{\text{И3}} / L_{CO_2} = 10,8 / 0,5 = 21,6 \text{ Н,}$$

$$F_{\text{И4}} = M_{\text{И4}} / L_{DC} = 9,9 / 0,5 = 19,8 \text{ Н.}$$

Далее в соответствующие точки плана скоростей переносятся все силы (внешние и силы инерции), предварительно повернутые в одном направлении на угол 90° .

Рассматривая план скоростей как жесткий рычаг, который находится в равновесии, определим сумму моментов всех сил относительно его полюса:

$$\Sigma M_{P_v}(F_i) = -F_{yp.ж}h_8 - G_4h_4 + G_1h_1 + G_2h_2 - G_3h_3 - F_{и2}(ab) + \\ + F_{и3}h_{11} - F_{и4}h_{12} + \Phi_{и2}h_7 - \Phi_{и3}h'_4 + \Phi_{и4}h_6 + (F + \Phi_{и5})(P_v d) = 0.$$

Откуда

$$F_{yp.ж} = [-G_4h_4 + G_1h_1 + G_2h_2 - G_3h_3 - F_{и2}(ab) + F_{и3}h_{11} - F_{и4}h_{12} + \\ + \Phi_{и2}h_7 - \Phi_{и3}h'_4 + \Phi_{и4}h_6 + (F + \Phi_{и5})(P_v d)] / h_8 = \dots$$

далее следует подстановка цифр в это уравнение и результат.

Погрешность определения величины уравновешивающей силы различными методами составляет

$$\Delta F_{yp} = 100 (F_{yp} - F_{yp.ж}) / F_{yp} = \dots = \dots \%$$

Определение параметров динамической модели

При проектировании допускается рассматривать только силу технологического сопротивления, приложенную к ползуну D.

Приведенная к точке A сила $F_{пр.с} = F_d V_d / V_A = 4300 \cdot 2,54 / 2,1 = 5201$ Н.

Приведенный к звену 1 момент $M_{пр.с} = F_{пр.с} l_{OA} = 5201 \cdot 0,1 = 520,1$ Нм.

При расчете приведенной массы принимаем, что первое звено выполнено в виде диска, центр тяжести которого неподвижен, тогда:

$$m_{пр} = \frac{\sum_{i=1}^n (m_i V_{Si}^2 + I_{Si} \omega_i^2)}{V_A^2} = \\ = (m_2 V_{S2}^2 + I_{S2} \omega_2^2 + m_3 V_{S3}^2 + I_{S3} \omega_3^2 + m_4 V_{S4}^2 + I_{S4} \omega_4^2 + m_5 V_5^2) / V_A^2 = \\ = (8,4 \cdot 1,02^2 + 0,132 \cdot 2,95^2 + 9,95 \cdot 0,66^2 + 0,1062 \cdot 5,13^2 + 10,2 \cdot 1,3^2 + 1,234 \cdot 0,88^2 + 40,5 \cdot 2,54^2) = 277,4 \text{ кг}.$$

$$\text{Приведенная момент инерции } I_{пр} = m_{пр} l_{OA}^2 = 277,4 \cdot 0,1^2 = 2,77 \text{ кгм}^2$$

Синтез эвольвентного зацепления

В этом разделе проекта выполняется геометрический синтез цилиндрического прямозубого эвольвентного зацепления.

Для синтеза зубчатого зацепления используются следующие данные, имеющиеся в задании:

- числа зубьев колес: $z_4 = 12$; $z_5 = 18$; модуль $m = 10$ мм.

- угол профиля инструментальной рейки $\alpha = 20^\circ$;
- коэффициент высоты зуба $h_a^* = 1$;
- коэффициент радиального зазора $c^* = 0,25$;
- коэффициенты смещения исходного производящего контура:
 $x_4 = 0,609$; $x_5 = 0,358$.

Геометрические параметры зацепления

Радиусы делительных окружностей

$$r_4 = \frac{mz_1}{2} = \frac{10 \cdot 12}{2} = 60 \text{ мм}, \quad r_5 = \frac{mz_2}{2} = \frac{10 \cdot 18}{2} = 90 \text{ мм}.$$

Радиусы основных окружностей

$$r_{b4} = r_4 \cos \alpha = 60 \cdot 0,9397 = 56,38 \text{ мм};$$

$$r_{b5} = r_5 \cos \alpha = 90 \cdot 0,9397 = 84,57 \text{ мм}.$$

Делительный окружной шаг

$$p_t = \pi m = \pi \cdot 10 = 31,416 \text{ мм}.$$

Делительная окружная толщина зуба

$$S_{t4} = \frac{\pi m}{2} + 2x_4 m \operatorname{tg} \alpha = \frac{3,14 \cdot 10}{2} + 2 \cdot 0,609 \cdot 10 \cdot 0,364 = 20,141 \text{ мм};$$

$$S_{t5} = \frac{\pi m}{2} + 2x_5 m \operatorname{tg} \alpha = \frac{3,14 \cdot 10}{2} + 2 \cdot 0,358 \cdot 10 \cdot 0,364 = 18,314 \text{ мм}.$$

Угол зацепления

$$\operatorname{inv} \alpha_w = \frac{2(x_4 + x_5)}{z_4 + z_5} \operatorname{tg} \alpha + \operatorname{inv} \alpha = \frac{2(0,609 + 0,258)}{12 + 18} 0,364 + 0,0149 = 0,03817.$$

По табл. 7.4 находим $\alpha_w = 26^\circ 58' 25''$.

Межосевое расстояние

$$a_w = \frac{m(z_4 + z_5)}{2} \cdot \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w} = \frac{10(12 + 18)}{2} \cdot \frac{0,9397}{0,8909} = 158,20 \text{ мм}.$$

Радиусы начальных окружностей

$$u_{45} = \frac{z_5}{z_4} = \frac{18}{12} = 1,5; \quad r_{w1} = \frac{a_w}{u + 1} = \frac{158,20}{1,5 + 1} = 63,28 \text{ мм};$$

$$r_{w4} = \frac{a_w u}{u + 1} = \frac{158,20 \cdot 1,5}{1,5 + 1} = 94,92 \text{ мм}.$$

Радиусы окружностей впадин

$$r_{f4} = r_4 - h_a^* m - c^* m + x_4 m = \\ = 60 - 1,0 \cdot 10 - 0,25 \cdot 10 + 0,609 \cdot 10 = 53,59 \text{ мм},$$

$$r_{f5} = r_5 - h_a^* m - c^* m + x_5 m = \\ = 90 - 1,0 \cdot 10 - 0,25 \cdot 10 + 0,358 \cdot 10 = 81,08 \text{ мм}.$$

Радиусы окружностей вершин

$$r_{a4} = a_w - r_5 - x_5 m + h_a^* m = \\ = 158,20 - 90 - 0,358 \cdot 10 + 1,0 \cdot 10 = 74,62 \text{ мм}.$$

$$r_{a5} = a_w - r_4 - x_4 m + h_a^* m = \\ = 158,20 - 60 - 0,609 \cdot 10 + 1,0 \cdot 10 = 102,1 \text{ мм}.$$

Шаг по основной окружности (основной шаг)

$$p_{bt} = p_t \cos \alpha = \pi m \cos \alpha = \pi \cdot 10 \cdot 0,9397 = 29,52 \text{ мм}.$$

Углы профилей зубьев колес по окружностям вершин зубьев (градусы):

$$\alpha_{a4} = \arccos\left(\frac{r_{b4}}{r_{a4}}\right) = \arccos\left(\frac{56,38}{74,62}\right) = 40^\circ 55' 32'' ;$$

$$\alpha_{a5} = \arccos\left(\frac{r_{b5}}{r_{a5}}\right) = \arccos\left(\frac{84,57}{102,1}\right) = 34^\circ 4' 30'' .$$

Инволюты углов α_{a4} и α_{a5} : $\text{inv } \alpha_{a4} = 0,1525$; $\text{inv } \alpha_{a5} = 0,0816$.

Толщины зубьев по окружностям вершин:

$$S_{a4} = 2r_{a4} \left(\frac{S_{t4}}{2r_4} + \text{inv } \alpha - \text{inv } \alpha_{a4} \right) = 2 \cdot 74,62 \cdot \left(\frac{20,141}{2 \cdot 60} + 0,0149 - 0,1525 \right) = 4,51 \text{ мм};$$

$$S_{a5} = 2r_{a5} \left(\frac{S_{t5}}{2r_5} + \text{inv } \alpha - \text{inv } \alpha_{a5} \right) = 2 \cdot 102,1 \cdot \left(\frac{18,314}{2 \cdot 90} + 0,0149 - 0,0816 \right) = 7,156 \text{ мм}.$$

Об отсутствии заострения зубьев свидетельствуют неравенства, мм:

$$S_{a4} = 4,51 > 0,2 m = 2;$$

$$S_{a5} = 7,156 > 0,2 m = 2.$$

Окружная толщина зуба по основной окружности, мм:

$$S_{b4} = 2r_{b4} \left(\frac{S_{t4}}{2r_4} + \text{inv } \alpha \right) = 2 \cdot 56,38 \left(\frac{20,141}{2 \cdot 60} + 0,0149 \right) = 20,60;$$

$$S_{b5} = 2r_{b5} \left(\frac{S_{t5}}{2r_5} + \text{inv } \alpha \right) = 2 \cdot 84,57 \left(\frac{18,314}{2 \cdot 90} + 0,0149 \right) = 19,73.$$

Коэффициент перекрытия

$$\varepsilon = \frac{\sqrt{r_{a4}^2 - r_{b4}^2} + \sqrt{r_{a5}^2 - r_{b5}^2} - a_w \sin \alpha_w}{\pi m \cos \alpha} =$$

$$= \frac{\sqrt{74,62^2 - 56,38^2} + \sqrt{102,10^2 - 84,57^2} - 158,20 \cdot 0,4538}{\pi \cdot 10 \cdot 0,9397} = 1,16.$$

Для нормальной работы зубчатой передачи должно быть выполнено условие $\varepsilon \geq 1,05$.

Графические построения для настоящего раздела представлены на листе «синтез эвольвентного зацепления».

Проверка правильности построения профилей зубьев производится путем сравнения толщин зубьев по окружностям с радиусами r_{bi} , r_{ai} , r_{mi} , полученных графически, с расчетными значениями соответствующих толщин зубьев окружностям вершин зубьев S_{ai} , S_{bi} , S_{mi} , где i — номер зубчатого колеса.

Синтез кулачкового механизма

Целью настоящего раздела проекта является определение координат оси вращения кулачка относительно выходного звена и построение профиля кулачка по заданной кинематической схеме механизма и закону движения толкателя.

Для синтеза кулачкового механизма в задании на проект определены следующие параметры:

- задана кинематическая схема механизма (рис. П. 2.1 ... П. 2.3);
- диаграмма аналогов ускорений толкателя в функции угла поворота кулачка « $\varphi - d^2S/d\varphi^2$ »;
- угол поворота φ_y кулачка на фазе удаления толкателя от центра кулачка;
- угол поворота φ_c кулачка на фазе сближения толкателя с центром кулачка;
- угол поворота $\varphi_{в.в}$ кулачка на фазе дальнего стояния толкателя;
- максимальное перемещение толкателя S_{\max} ;
- минимально допустимый угол передачи движения γ_{\min} ;

В рассматриваемом примере диаграмма аналогов ускорений толкателя представлена графиком, изображенным на рис. 6.5; $\varphi_y = 75^\circ$; $\varphi_c = 75^\circ$; $\varphi_{д.с} = 0$; $S_{\max} = 0,01$ м; $\gamma_{\min} = 60^\circ$.

В произвольном масштабе вычерчивается диаграмма аналогов ускорений толкателя в функции угла поворота кулачка « $d^2S/d\varphi^2 - \varphi$ ».

Методом графического интегрирования диаграммы аналогов ускорений строим диаграмму аналогов скорости « $dS/d\varphi - \varphi$ » и диаграмму перемещения толкателя « $S - \varphi$ » в зависимости от угла поворота кулачка φ .

Определяем масштабы построенных диаграмм.

Масштаб угла поворота кулачка по оси абсцисс

$$k_{\varphi} = \frac{\varphi_{\text{раб}}^0 \pi}{L_{\text{гр.}\varphi} 180} = \frac{(\varphi_y^0 + \varphi_{\text{д.с}}^0 + \varphi_c^0) \pi}{L_{\text{гр.о}} 180} = \frac{(75+0+75)\pi}{150 \cdot 180} = 0,0175 \text{ рад/мм.}$$

Здесь $\varphi_{\text{раб}}$ — угол рабочего профиля кулачка, в градусах и его составляющие при удалении φ_y , дальнем состоянии $\varphi_{\text{д.с}}$ и сближении φ_c .

Масштаб перемещения толкателя определяется исходя из максимальной ординаты $h_{\text{max}}^{\text{черт}}$ диаграммы « $S - \varphi$ »:

$$k_S = \frac{S_{\text{max}}}{h_{\text{max}}^{\text{черт}}} = \frac{0,01}{97} = 1,031 \text{ м/мм.}$$

Масштаб диаграммы аналогов скоростей

$$k_{\frac{ds}{d\varphi}} = \frac{k_S}{H_2 k_{\varphi}} = \frac{1,031 \cdot 10^{-4}}{20 \cdot 0,0175} = 2,95 \cdot 10^{-4} \text{ м/(рад} \cdot \text{мм)},$$

где H_2 — полюсное расстояние по диаграмме « $d^2S/d\varphi^2 - \varphi$ ».

$$k_{\frac{d^2s}{d\varphi^2}} = \frac{k_{\frac{ds}{d\varphi}}}{H_1 \cdot k_{\varphi}} = \frac{2,95 \cdot 10^{-4}}{30 \cdot 0,0175} = 5,64 \cdot 10^{-4} \text{ м/(рад}^2 \cdot \text{мм)},$$

где H_1 — полюсное расстояние по диаграмме « $dS/d\varphi - \varphi$ ».

Строится диаграмма « $S - dS/d\varphi$ » и определяется минимальный радиус-вектор r_{min} теоретического профиля кулачка. При построении требуется соблюдение равенства масштабных коэффициентов

$$k_S = k_{\frac{d^2s}{d\varphi^2}} = 3 \cdot 10^{-4} \text{ м/мм.}$$

Вычерчивается теоретический профиль кулачка с использованием метода обращенного движения.

Определяется радиус ролика по формулам

$$r_p \leq 0,8 \rho_{\text{min}} \text{ и } r_p \leq 0,4 r_{\text{min}},$$

где ρ_{min} — минимальный радиус кривизны теоретического профиля кулачка;

r_{min} — минимальный радиус — вектор теоретического профиля кулачка.

Затем вычерчиваются тонкими линиями контуры ролика во всех положениях механизма. Огибающая к контурам ролика во всех положениях образует практический профиль кулачка.

Далее с использованием построенного профиля кулачка строится диаграмма углов передачи движения « $\gamma - \varphi$ ».

Выбор и проектирование схемы планетарного редуктора

В исходных данных на проект задана частота вращения вала электродвигателя

$$n_{\text{дв}} = 1500 \text{ мин}^{-1}.$$

Общее передаточное число привода

$$u = n_{\text{д}}/n = 1500/200 = 7,5.$$

Передача состоит из планетарного редуктора и рядного механизма.

Передаточное число рядного механизма

$$u_{\text{ряд}} = z_5/z_4 = 18/12 = 1,5.$$

Передаточное число планетарного редуктора

$$u_{\text{пл}} = u/u_{\text{ряд}} = 7,5/5 = 5.$$

Исходя из требуемого значения $u_{\text{пл}} = 15,5$, выберем редуктор по схеме 1 (см. табл. 7.1), показанный на рис. 1.

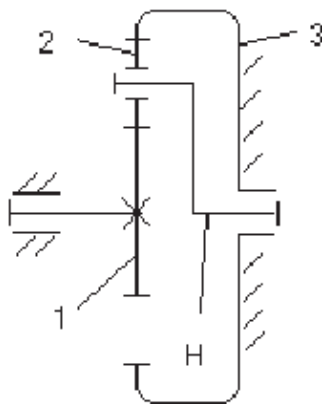


Рис. 1. Кинематическая схема планетарного редуктора

Решение

Предварительно задав $z_1 = 20$ из условия правильного зацепления, определим максимальное число K_{max} сателлитов:

$$K_{\max} < 180^\circ / \arcsin \{[(u_{1H} - 2) z_1 + 4] / (z_1 u_{1H})\} = \\ = 180^\circ / \arcsin \{[(5 - 2) 20 + 4] / (20 \cdot 5)\} = 180 / 39,79 = 4,52.$$

Округлим K_{\max} до ближайшего целого меньшего числа. Итак, максимально возможное число сателлитов $K = 4$.

Определим число зубьев при количестве сателлитов $K = 4$ и передаточном отношении редуктора $u_{1H} = 5$.

Из соотношения (8.6) имеем

$$z_1/z_2/z_3/\Pi = 1/0,5 (u_{1H} - 2)/(u_{1H} - 1)/(u_{1H}/K) = \\ = 1/0,5 (5 - 2)/(5 - 1)/(5/4) = 20/30/80/25.$$

Итак, $z_1 = 20$; $z_2 = 30$; $z_3 = 80$; $K = 4$.

Эти величины чисел зубьев удовлетворяют условию правильного зацепления и минимальных габаритов.

Проверка полученного решения на выполнение условий синтеза планетарного редуктора производится по формулам (8.1)... (8.4).

- Условие обеспечения требуемого передаточного отношения

$$u_{1H\phi} = 1 + (z_3/z_1) = 1 + 80/20 = 5 \text{ — удовлетворяется.}$$

- Условие соосности

$$z_2 = 0,5 (z_3 - z_1) = 0,5 (80 - 20) = 30 \text{ — удовлетворяется.}$$

$$\text{Условие соседства } \sin (180^\circ / K) > (z_2 + 2) / (z_3 - z_2),$$

$$\sin (180^\circ / 4) = 0,707 > (30 + 2) / (80 - 30) = 0,64 \text{ — удовлетворяется.}$$

- Условие сборки $(z_1 + z_3) / K = (20 + 80) / 4 = 25$ — целое, удовлетворяется.

Вывод: выбранные числа зубьев и количество сателлитов удовлетворяют всем условиям синтеза.

Коэффициент полезного действия редуктора найдем по формуле (табл. 7.1) $\eta_{1H} = 1 - (z_3 \psi) / (z_3 + z_1)$,

где η_{1H} — КПД редуктора при ведущем колесе 1 и ведомом водиле H ;

ψ — суммарный коэффициент потерь $\psi = \psi_{\text{пг}} + \psi_{31} + \psi_{32}$;

$\psi_{\text{пг}}$ — коэффициент потерь на трение в подшипниках качения и гидравлических потерь в масляной ванне:

$$\psi_{\text{пг}} = 0,015 \dots 0,03. \text{ Примем } \psi_{\text{пг}} = 0,02;$$

ψ_{31} и ψ_{32} — коэффициенты потерь на трение в зубчатых зацеплениях;

$$\psi_{3i} = 2,3f[(1/z_{1i}) \pm (1/z_{2i})],$$

здесь f — коэффициент трения в зацеплении.

Для расчетов примем $f = 0,08$; z_{1i} и z_{2i} — соответственно число зубьев шестерни и колеса в i -м зацеплении.

Знак «+» ставят при расчете потерь во внешнем зацеплении, знак «-» ставят во внутреннем зацеплении.

Таким образом, имеем

$$\begin{aligned}\psi &= 0,02 + 2,3 \cdot 0,08 (1/z_1 + 1/z_2) + 2,3 \cdot 0,08 (1/z_2 - 1/z_3) = \\ &= 0,02 + 2,3 \cdot 0,08 [(1/20) + (1/30)] + 2,3 \cdot 0,08 \cdot [(1/30) - (1/80)] = \\ &= 0,02 + 0,0000533 + 0,0038 = 0,024.\end{aligned}$$

КПД планетарного редуктора

$$\eta_{1H} = 1 - (z_3 \psi) / (z_3 + z_1) = 1 - (80 \cdot 0,024) / (80 + 20) = 0,98.$$

Из схемы планетарного редуктора следует:

- числа зубьев колес: $z_1 = 20$; $z_2 = 30$; $z_3 = 80$;
- передаточное отношение $u_{1H} = 5$;
- количество сателлитов $K = 4$;
- КПД планетарного редуктора $\eta = 0,98$.

Заключение

1. Выполнен структурный анализ механизма. Выявлена структура рычажного механизма и последовательность присоединения групп Ассура к группе начальных звеньев. Определено, что рассмотренный механизм, являющийся механизмом второго класса, структурно работоспособен.

2. Найдены положения звеньев механизма и траектории отдельных точек. Решены задачи определения линейных скоростей и ускорений точек, а также угловых скоростей и ускорений звеньев.

3. Получены реакции в кинематических парах. Найдена величина уравнивающего момента. Максимальная сила инерции в рассмотренном положении механизма в два раза меньше технологического усилия. Максимальная сила веса звена примерно в десять раз меньше технологической силы. Следовательно, основная часть усилий на звенья и реакций в кинематических парах обусловлены технологическим усилием.

4. Определены геометрические параметры и коэффициент перекрытия прямозубого эвольвентного зацепления зубчатых колес.

5. Спроектирован кулачковый механизм, обеспечивающий заданный закон движения толкателя и допустимый угол передачи движения.

6. Выбрана кинематическая схема и определены основные параметры планетарного зубчатого механизма.

Библиографический список

1. Попов, С.А. Курсовое проектирование по теории механизмов и машин / С.А. Попов, Т.А. Тимофеев. — Москва : Высш. шк., 1998. — 351 с.
2. Теория механизмов и механика машин : учеб. для вузов / под ред. Фролова К.В. — Москва : Высш. шк., 1998. — 496 с.
3. Тимофеев, Г.А. Теория механизмов и машин: курс лекций / Г.А. Тимофеев. — Москва : Высшее образование, 2009. — 352 с.

Приложение 3

Контрольные вопросы

При защите требуется показать знание теории, на основе которой были выполнены разделы проекта.

Для удобства подготовки к защите работы приведены типовые вопросы, сгруппированные в форме билетов.

Билет № 1

1. Что называется кинематической цепью, какие их виды существуют?
2. Как определить величины и направления угловых скоростей и ускорений звеньев механизма в рассмотренном положении?
3. Сформулируйте задачи силового расчета механизмов.
4. Изложите методику расчета приведенных масс и моментов инерции механизма.
5. Что называется эвольвентой? Как она образуется? Покажите эвольвентный участок профиля зуба в спроектированной передаче.
6. Какой вид замыкания высшей кинематической пары предусмотрен Вами в кулачковом механизме? Достоинства и недостатки этого вида замыкания.

Билет № 2

1. Как образуется механизм из групп Ассура?
2. Как построить графическую функцию положения ведомого звена механизма от обобщенной координаты и ее производные по этой координате?
3. Как определяются величина и направление сил инерции. Показать на рассматриваемом механизме.
4. В каких механизмах приведенный момент инерции имеет постоянную величину и в каких зависит от положения звена приведения?
5. Укажите инволюту угла профиля зуба на делительной окружности. В этой же точке укажите угол профиля. Чему должна быть равна его величина?
6. Почему, как правило, синтез кулачкового механизма начинается с задания закона ускорения толкателя?

Билет № 3

1. Каковы цель и способ условной замены высших пар низшими при структурном анализе механизмов?
2. В чем заключаются преимущества и недостатки аналитического и графического методов кинематического анализа?
3. Как определить величину и направление момента сил инерции? Обосновать правильность выбора направлений моментов пар сил инерции для рассматриваемого положения механизма.
4. Сформулируйте определение приведенной массы и приведенного момента инерции механизма. Что называется звеном приведения?
5. Какая окружность называется основной? Покажите в спроектированной передаче эвольвентный участок профиля зуба.
6. Покажите направление линий действия реакций со стороны кулачка и стойки на толкатель. Сформулируйте условие передачи сил в машинах.

Билет № 4

1. По каким признакам и с какими целями классифицируют механизмы?
2. Какие характерные точки позволяют проверить правильность построения кинематических диаграмм?
3. Сформулируйте принцип Даламбера, используемый при силовом расчете механизма.
4. Что называется уравнением движения машины, и каковы его формы?
5. Какая окружность называется начальной? Можно ли найти ее диаметр для отдельно взятого зубчатого колеса?
6. В каких условиях или при каких обстоятельствах может происходить удар (соударение элементов высшей пары) в кулачковых механизмах?

Билет № 5

1. Что называется группой Ассура, какие виды групп 2-го класса различают?
2. В какую сторону направлен вектор нормального ускорения точки звена?
3. Почему силовой расчет ведут по группам Ассура, а не по отдельным звеньям?

4. Почему величина приведенной массы или момента инерции механизма не зависит от скорости звена приведения?

5. Что называется делительной окружностью? Чему равен угол профиля зуба для точки, находящейся на делительной окружности. Сколько делительных окружностей может быть у одного зубчатого колеса?

6. Перечислите примерную последовательность этапов проектирования механизмов. Какие из этих этапов реализованы в вашем проекте?

Билет № 6

Как рассчитать число степеней свободы пространственного и плоского механизмов?

1. Сформулируйте сущность метода и порядок построения планов скоростей и ускорений по группам Ассура.

2. Как определялось направление и величина реакции во внутренней кинематической паре групп Ассура в рассматриваемом механизме?

3. Напишите уравнение движения в энергетической форме для трех периодов движения: разгона, установившегося движения, выбега.

4. Сформулируйте основной закон зацепления. Объясните, как положения этого закона применены при синтезе зубчатого зацепления в работе.

5. Изобразите четырехфазную диаграмму движения толкателя в функции поворота кулачка. Имеются ли «мягкие» удары в изображенном законе движения?

Билет № 7

1. Что называется звеном, какие виды звеньев существуют?

2. Как, пользуясь теоремой подобия, определить скорость или ускорение заданной точки звена?

3. Для какой цели при конструировании необходимо знать реакции в кинематических парах? Составьте уравнения для определения R23-реакции в кинематической паре, образованной вторым и третьим звеньями.

4. От каких факторов зависит неравномерность хода машины при установившемся движении?

5. Как найти активную линию зацепления эвольвентных профилей? Как активная линия зацепления связана с рабочим участком профиля зуба?

6. Как выбрать величину радиуса ролика толкателя кулачкового механизма? Какие соображения приняты вами во внимание в проекте.

Билет № 8

1. Что называется кинематической парой, как их классифицируют?
2. Как рассчитать масштабные коэффициенты кинематических диаграмм?
3. Сформулируйте теорему Н. Е. Жуковского о жестком рычаге. На каком принципе теоретической механики основана эта теорема?
4. Что называют коэффициентом неравномерности хода машины? Каким образом можно уменьшить этот коэффициент?
5. Какие точки профилей зубьев называются сопряженными? Как их найти на чертеже спроектированной передачи?
6. Определите степень подвижности высшего кулачкового механизма, исследованного в работе. Объясните полученный результат.

Билет № 9

1. В чем заключается задача структурного анализа механизмов?
2. Для каких звеньев и каким образом определяют величину и направление Кориолисова ускорения?
3. Доказать, что группа Ассура является статически определимой кинематической цепью.
4. Какой окружной шаг прямозубого зубчатого колеса получается в результате произведения стандартного окружного модуля на число π ?
5. Каким методом и как применительно к Вашему механизму определен график изменения сил (моментов) движущих или сопротивления (машина-орудие или машина-двигатель соответственно)?
6. Как выбрать положение оси вращения кулачка с целью получения минимальных габаритов кулачкового механизма?

Билет № 10

1. Что называется механизмом? Как определяют класс механизма?
2. Напишите векторные уравнения для построения планов скоростей и ускорений по группам Ассура.
3. Порядок расчета уравновешивающей силы с использованием теоремы Н. Е. Жуковского о жестком рычаге. Как в этом расчете определяется точка приложения уравновешивающей силы?

4. Какие факторы вызывают периодические и непериодические колебания скорости ведущего звена машины?

5. Запишите систему уравнений эвольвенты в полярных координатах.

6. Чем отличается угол давления от угла передачи движения? Определите угол давления при повороте кулачка на угол $\varphi = 45^\circ$ от начального положения.

Билет № 11

1. Что представляют собой пассивные связи?

2. Назовите признаки ускоренного и замедленного движения звена? Как движутся звенья механизма в рассматриваемом положении.

3. Как следует учитывать моменты сил, действующих на звенья при использовании метода Н. Е. Жуковского?

4. Какова цель установки махового колеса в машине, в каких случаях маховик необходим и когда он не требуется?

5. Запишите выражение для отыскания радиуса окружности впадин зубчатого колеса, нарезанного со смещением исходного контура.

6. Какие отрицательные явления возникают при увеличении угла давления в кулачковом механизме?

Билет № 12

1. Что называется звеном? Сколько подвижных и сколько неподвижных звеньев содержит рассматриваемый механизм?

2. Укажите на планах скоростей и ускорений относительные скорости и ускорения двух точек звеньев относительно друг друга.

3. В чем заключаются преимущества и недостатки силового расчета методами Н. Е. Жуковского и планом сил?

4. Изобразите расчетную схему (динамическую модель), принятую при динамическом исследовании машины, и запишите уравнение ее движения.

5. Определите величину радиуса кривизны профиля зуба колеса в точке, расположенной на окружности вершин.

6. Как определен масштаб графика аналога скорости в кулачковом механизме?

Билет № 13

1. В чем состоит отличие звена от детали?

2. Укажите преимущества и недостатки методов планов, кинематических диаграмм и аналитического метода кинематического анализа?
3. Что называется уравнивающей силой? В каких случаях целесообразнее определять уравнивающую силу, а в каких — уравнивающий момент сил?
4. Изложите методику расчета приведенной массы или приведенного момента инерции на примере 2-го звена рассматриваемого механизма.
5. Найдите относительную скорость скольжения боковых зубьев в полосе зацепления.
6. Определите максимальную скорость толкателя кулачкового механизма.

Билет № 14

1. Что называется кинематической парой? Какие геометрические объекты могут быть элементами кинематической пары?
2. В какую сторону направлен вектор нормального ускорения точки звена?
3. Объясните выбор направления линии действия и точку приложения уравнивающей силы в рассматриваемом механизме.
4. Что называется приведенной силой или приведенным моментом?
5. Укажите стандартные параметры исходного контура зубчатых колес.
6. Как определены масштабные коэффициенты k_β и k_ϕ графика $S-(\phi)$ ($\beta-(\phi)$) кулачкового механизма.

Билет № 15

1. Как классифицируют кинематические пары? Сколько и какие кинематические пары содержит рассматриваемый механизм?
2. Расскажите о характере движения выходного звена, используя кинематические диаграммы.
3. Запишите условия статической определимости плоской кинематической цепи в аналитической форме.
4. Какие силы учитывают при динамическом исследовании механизма?
5. Докажите, что передача с эвольвентными профилями зубьев имеет постоянное передаточное отношение.
6. Как изменится минимальный радиус-вектор теоретического профиля кулачка при смещении оси перемещения толкателя на величину $e = 10$ мм влево.

Билет № 16

1. Что называется кинематической цепью? Классификация кинематических цепей.
2. Укажите на плане ускорений составляющие относительного ускорения звена АВ.
3. Напишите уравнения, необходимые для силового расчета групп Ассура, рассматриваемых в заданном механизме.
4. Изложите методику определения приведенной силы или приведенного момента на примере технологической нагрузки рассматриваемого механизма.
5. Как образуется кривая, называемая эвольвентой? Назовите свойства этой кривой.
6. Определите максимальную величину ускорения толкателя кулачкового механизма.

Билет № 17

1. Что называется механизмом? Что такое стойка механизма? Сколько стоек в рассматриваемом механизме?
2. Для каких звеньев и как определяются величина и направление кориолисова ускорения?
3. Какие силы и моменты сил учитываются при силовом расчете механизма?
4. Какие существуют периоды движения машины? Какой период времени рассматривается при выполнении проекта?
5. Что называют окружным шагом зубьев и модулем?
6. В каком порядке определяются основные размеры спроектированного кулачкового механизма?

Билет № 18

1. Определите число степеней подвижности рассматриваемого механизма. Что характеризует это число?
2. Как с использованием теоремы подобия определить скорость и ускорение заданной точки звена? В каких случаях используется теорема подобия при выполнении проекта?
3. Опишите принцип действия и порядок работы рассматриваемой машины в соответствии с кинематической схемой и диаграммой сил сопротивления (движущих).
4. Начертите тахограмму движения машины. Выделите на ней три

характерных периода движения машины. Что называют циклом установившегося движения?

5. Как влияет коэффициент смещения исходного контура на следующие параметры: толщину зуба по делительной окружности, диаметр основной окружности, качественные показатели зацепления?

6. В чем суть метода обращенного движения? Как использован этот метод при синтезе кулачкового механизма?

Билет № 19

1. Что называется группами Ассура, как их классифицируют? Какие группы Ассура содержит рассматриваемый механизм?

2. Определите величину тангенциального ускорения точки В шатуна АВ относительно точки А в заданном положении механизма.

3. Сколько и какие уравнения равновесия могут быть составлены при силовом расчете группы Ассура в рассматриваемом механизме?

4. Какое соотношение между работами движущих сил и сил сопротивления выполняется в различные периоды движения машины?

5. Определите инволюту угла α_a для точки профиля зуба, находящейся на окружности вершин шестерни.

6. Определите на чертеже кулачка угол давления в положении механизма, соответствующем углу поворота кулачка $\varphi = 60^\circ$.

Билет № 20

1. В каком порядке выполняется структурный анализ механизмов?

2. Как определить величину и направление угловой скорости и углового ускорения 4-го звена рассматриваемого механизма?

3. Каков порядок действий выполнения силового расчета механизма методом построения планов сил?

4. Зависит ли приведенная масса от скорости точки приведения? От каких параметров зависят приведенная масса и приведенная сила?

5. Что характеризуют собой коэффициенты: h_a^* , c^* , x ?

6. Какое условие и почему положено в основу при определении минимального радиус-вектора проектируемого кулачкового механизма?

Билет № 21

1. С какой целью производится структурный анализ механизма?

2. Определите величину скорости последнего выходного звена механизма в рассматриваемом положении.

3. Какой порядок силового расчета входного (ведущего) звена механизма? Запишите необходимые уравнения.

4. Сформулируйте задачи динамического анализа машины. Какие из них решаются в данной работе?

5. Как можно выразить передаточное отношение пары зубчатых колес? Определите передаточное отношение спроектированного зубчатого зацепления.

6. В каком порядке выполнено построение профиля кулачка?

Билет № 22

1. Дайте определение понятиям высшая и низшая кинематическая пара, какие из них имеются в рассматриваемом механизме?

2. Запишите векторные уравнения для определения скоростей рассматриваемого механизма.

3. Сколько и какие неизвестные вносит в силовой расчет плоского механизма кинематическая пара 5-го класса?

4. Какова цель установки махового колеса в машине; в каких случаях маховик необходим и когда он не требуется?

5. Укажите зависимость радиусов начальных окружностей от межосевого расстояния и чисел зубьев колес.

6. Как определяется радиус ролика (диаметр тарелки тарельчатого толкателя) в рассматриваемом кулачковом механизме? Можно ли в уже спроектированном механизме заменить один вид толкателя другим (ответ обосновать)?

Билет № 23

1. Чем определяется класс кинематической пары? Какого класса кинематические пары имеются в рассматриваемом механизме?

2. Определите угловую скорость 4-го звена в рассматриваемом положении.

3. Уравновешивающая сила — это реально действующая в механизме сила или условная сила, определяемая для удобства силового расчета? Как определить мгновенную мощность на кривошипе?

4. Какой параметр называют коэффициентом неравномерности хода машины? Чему равна его величина в рассматриваемом механизме?

5. Дайте определение основной и начальной окружности.

6. Изобразите схему кулачкового механизма с кинематическим и силовым замыканием высшей пары.

Билет № 24

1. Чем определяется класс группы Ассура? Какого класса группы Ассура имеются в рассматриваемом механизме?
2. Определите угловое ускорение 4-го звена в рассматриваемом положении.
3. От чего зависит необходимость определения реакций в кинематических парах при проектировании машин?
4. Как по диаграммам, приведенным в динамическом расчете, можно определить скорость начального звена в произвольном положении механизма?
5. Что такое коэффициент перекрытия? Определите этот коэффициент на основании выполненного вами построения.
6. Объясните, как используется метод обращенного движения при профилировании кулачков?

Билет № 25

1. Чем определяется класс механизма? Зачем нужно определять класс механизма?
2. Укажите на плане ускорений составляющие относительного ускорения точки B относительно точки A .
3. Сколько может быть неизвестных в векторном уравнении равновесия, чтобы было возможно его геометрическое решение?
4. Какие факторы вызывают периодические колебания скорости ведущего звена машины? Какой из этих факторов оказывает наибольшее влияние на колебания скорости в рассматриваемом механизме?
5. Определите угол профиля зуба для точки зуба, расположенной на основной окружности.
6. Изменяется ли угол передачи при работе спроектированного кулачкового механизма? Какое условие и почему положено в основу синтеза кулачкового механизма?

Билет № 26

1. Что представляют собой лишние степени подвижности? Влияют ли они на работоспособность механизма?
2. Как определить величину и направление угловой скорости 3-го звена в рассматриваемом положении механизма?
3. Сколько и какие неизвестные должны быть определены при силовом расчете групп Ассура в рассматриваемом механизме?

4. Что называют уравнением движения машины, какие его формы вы знаете?

5. Дайте определение термину «эвольвента». Укажите свойства эвольвенты.

6. Как влияет угол передачи γ на работу кулачкового механизма? Сформулируйте условие заклинивания кулачкового механизма.

Билет № 27

1. Что такое плоский механизм? К какому семейству относятся плоские механизмы?

2. Напишите векторные уравнения для построения планов скоростей и ускорений группы Ассура, которая присоединена к ведущему звену.

3. Почему силовой расчет по методу построения планов сил начинается с последней в механизме группы Ассура?

4. Для чего ограничивают коэффициент неравномерности хода машины?

5. Как связаны между собой число зубьев, окружной модуль, шаг зубьев и диаметр делительной окружности?

6. Как влияет увеличение или уменьшение величины допустимого угла давления на изменение габаритов кулачкового механизма и величину КПД?

Билет № 28

1. Дайте определение понятиям «деталь» и «звено»? Как называется неподвижное звено кинематической цепи?

2. Напишите векторные уравнения для построения планов скоростей и ускорений для группы Ассура, наиболее удаленной от ведущего звена.

3. Чему равен и как направлен момент от сил инерции? Показать на примере 3-го звена в рассматриваемом механизме.

4. Чему равны максимальная и минимальная скорости (угловые) звена приведения механизма?

5. Определите коэффициент перекрытия из чертежа спроектированного зубчатого зацепления.

6. При каких законах движения толкателя возникают мягкие и жесткие удары?

Билет № 29

1. Сколько условий связи на относительное движение звеньев налагает кинематическая пара 5-го класса? Привести примеры пар 5-го класса.
2. Сформулируйте принцип подобия в планах скоростей. Использовался ли он при выполнении работы?
3. Почему во вращательной кинематической паре реакция при силовом расчете, как правило, раскладывается на две составляющие, а в поступательной паре — нет?
4. Определить положения рассматриваемого механизма, в которых скорость звена приведения максимальна и минимальна.
5. Найдите на боковой поверхности зуба шестерни границы зоны однопарного зацепления.
6. Определите на чертеже кулачка угол давления в положении механизма, соответствующем углу поворота кулачка $\varphi=30^\circ$.

Билет № 30

1. Определите количество кинематических пар в рассматриваемом механизме. Укажите их класс.
2. Сформулируйте принцип подобия в планах ускорений. Использовался ли он при выполнении работы?
3. Перечислите, какие силы являются движущими, а какие — силами сопротивления в рассматриваемом механизме. Чему равна работа сил тяжести звеньев за цикл движения машины?
4. Почему при построении диаграммы работ движущих сил (сопротивления) отрезком прямой соединяют начальные и конечные точки диаграмм?
5. Укажите на боковой поверхности зуба колеса границы зон двухпарного зацепления.
6. Где следует расположить ось вращения кулачка, если необходимо получить кулачковый механизм наименьших габаритов? Влияет ли на положение оси кулачка метод замыкания высшей кинематической пары?

Примеры выполнения листов проекта

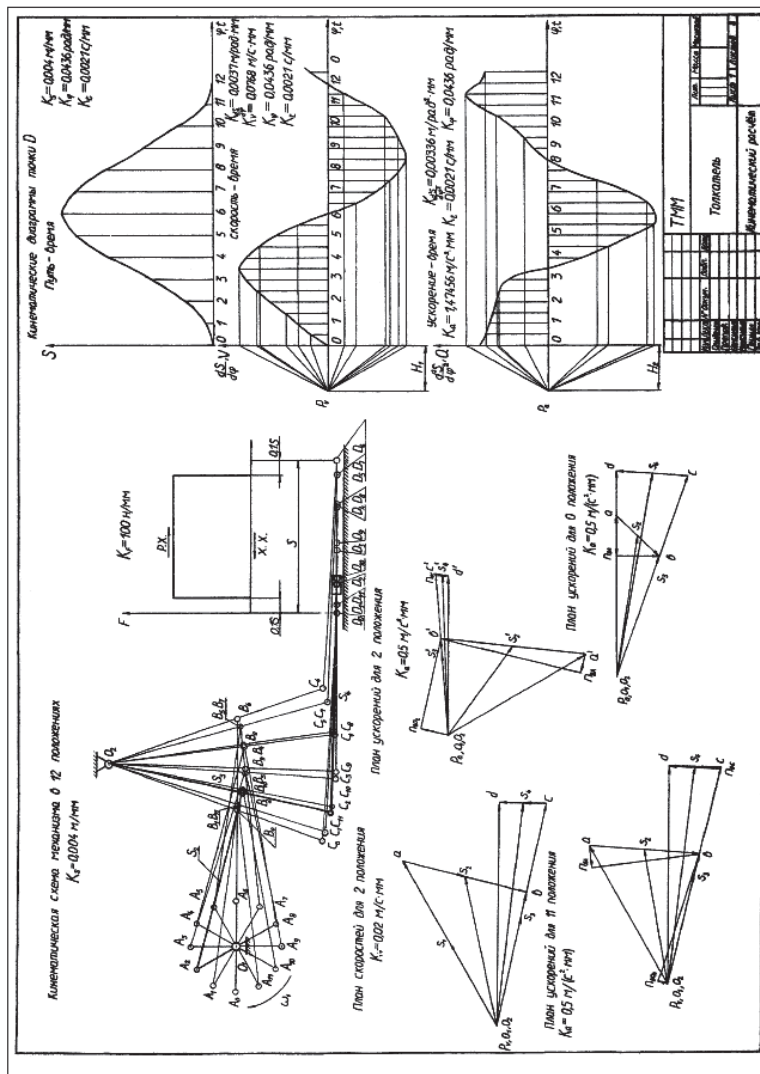


Рис. П.4.1. Кинематический расчет рычажного механизма толкателя

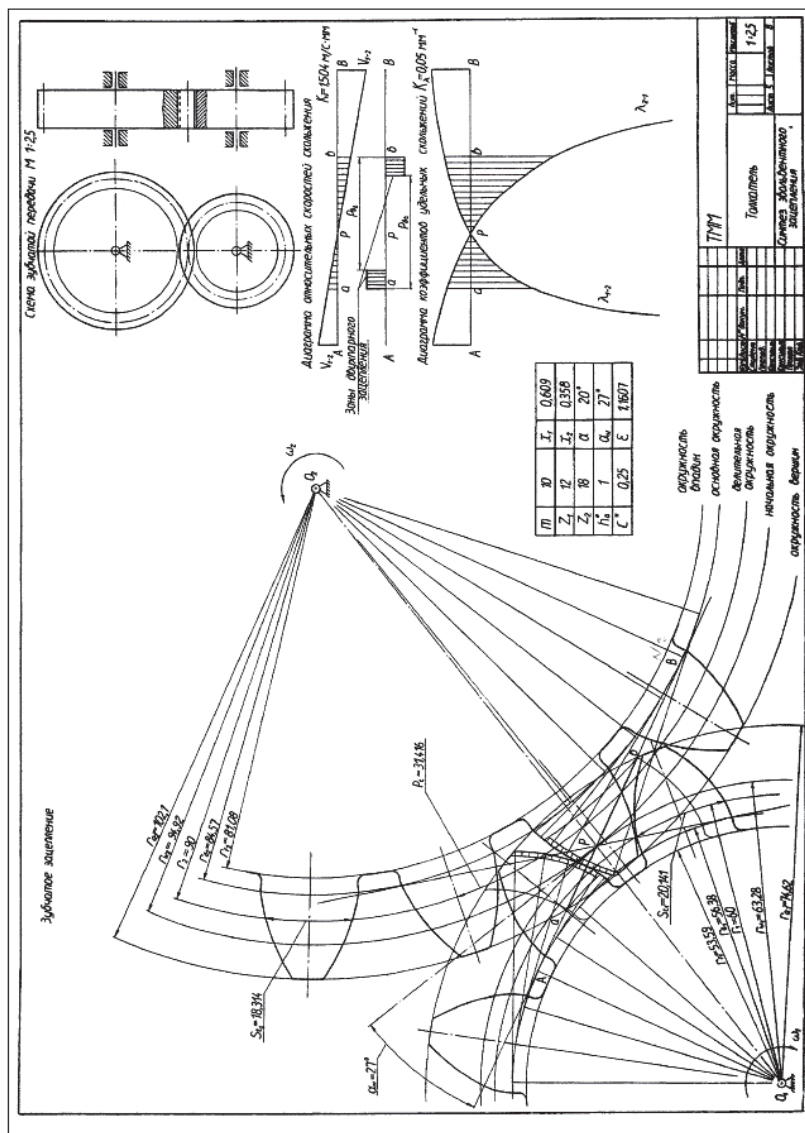


Рис. П.4.3. Синтез зубчатого механизма

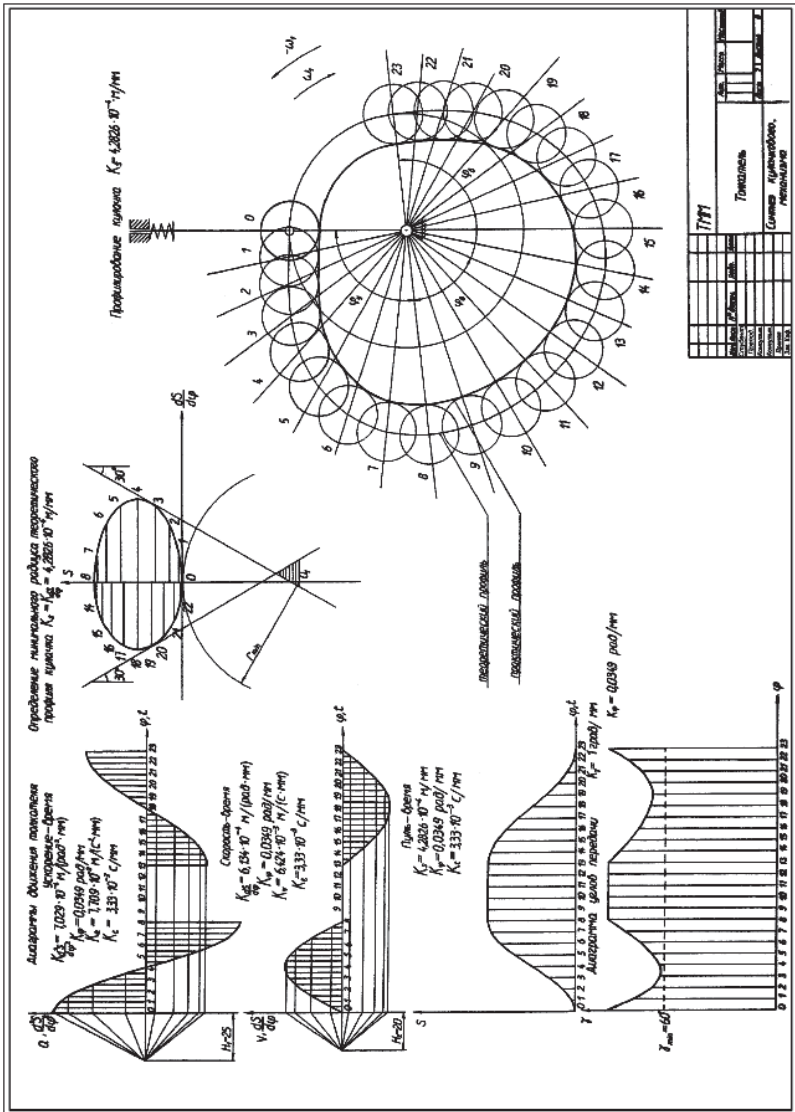


Рис. П.4.4. Синтез кулачкового механизма

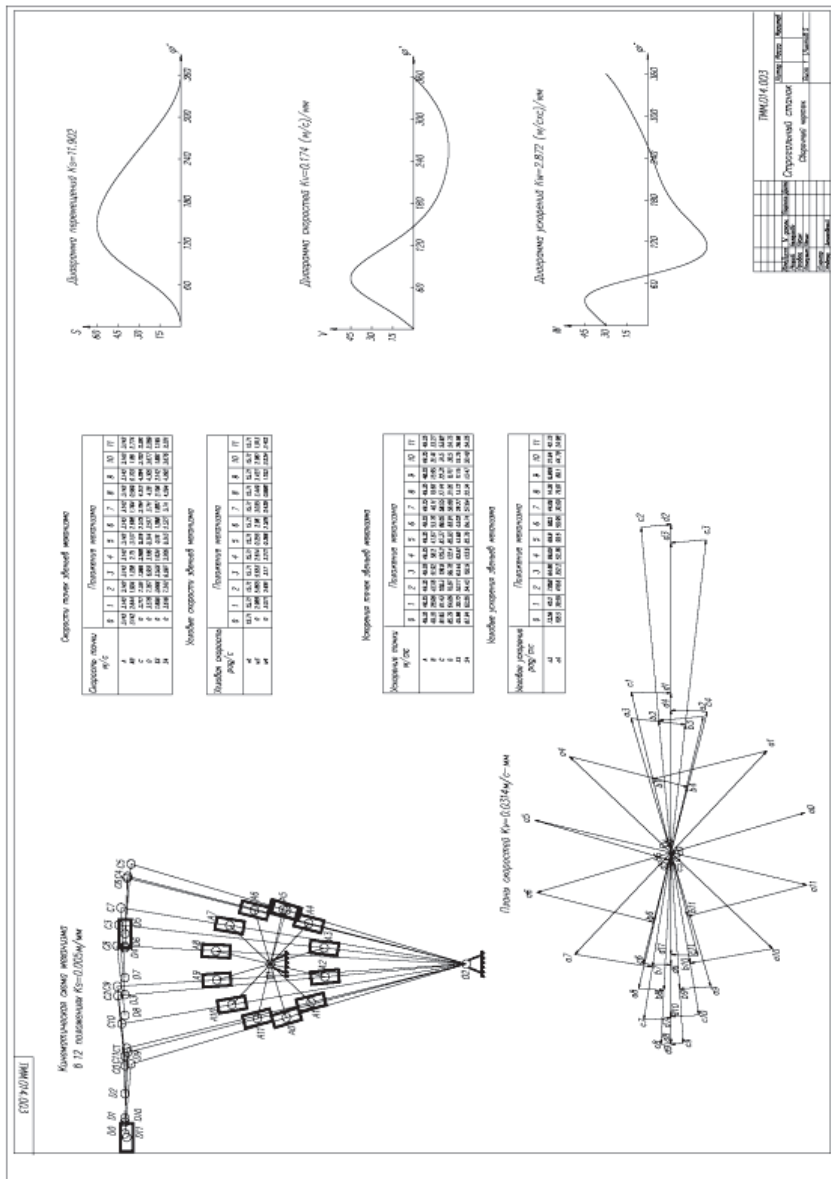


Рис. П.4.5. Кинематический анализ рычажного механизма

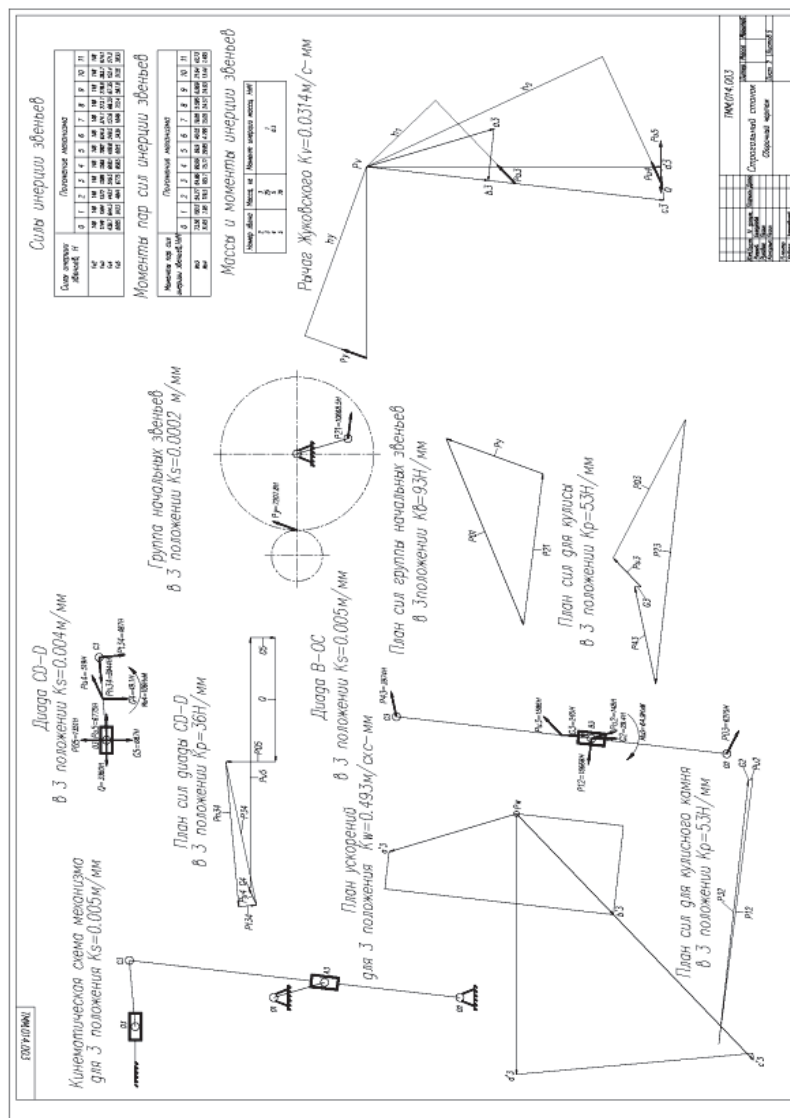


Рис. П.4.6. Силовой расчет рычажного механизма строгального станка

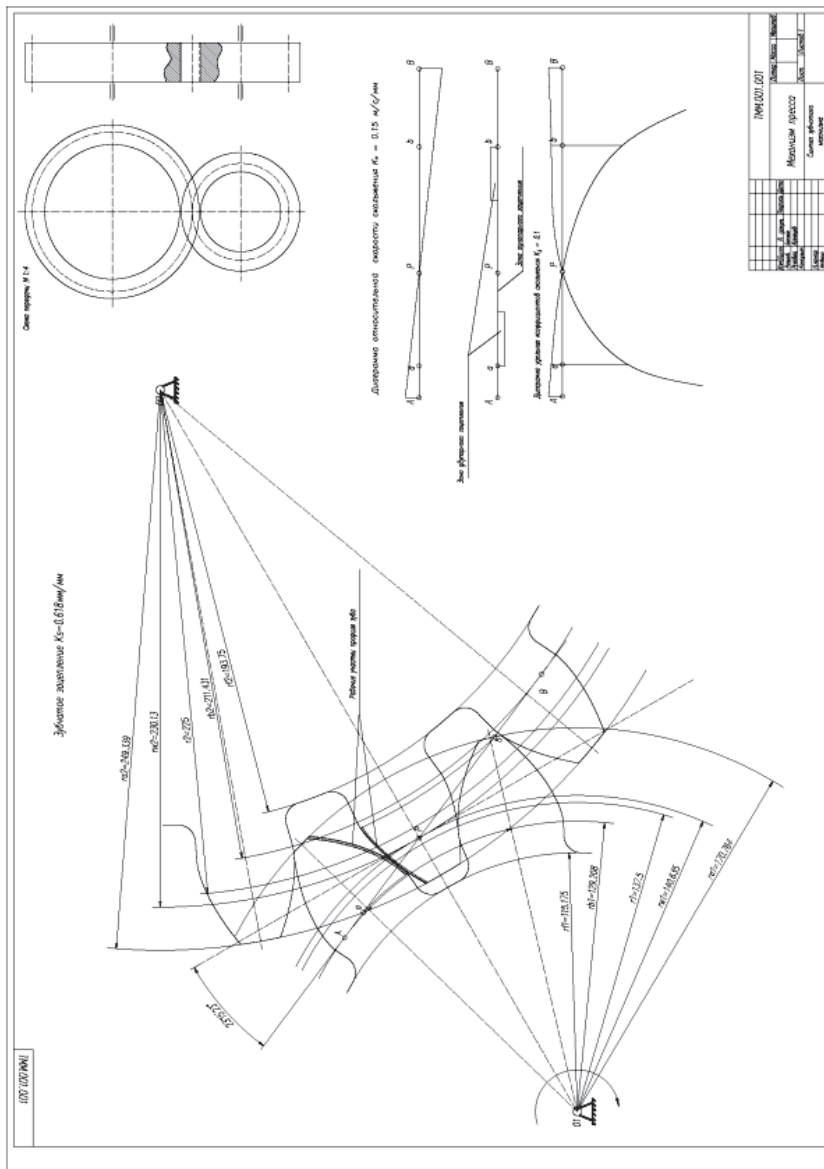


Рис. П.4.7. Синтез зубчатого механизма пресса

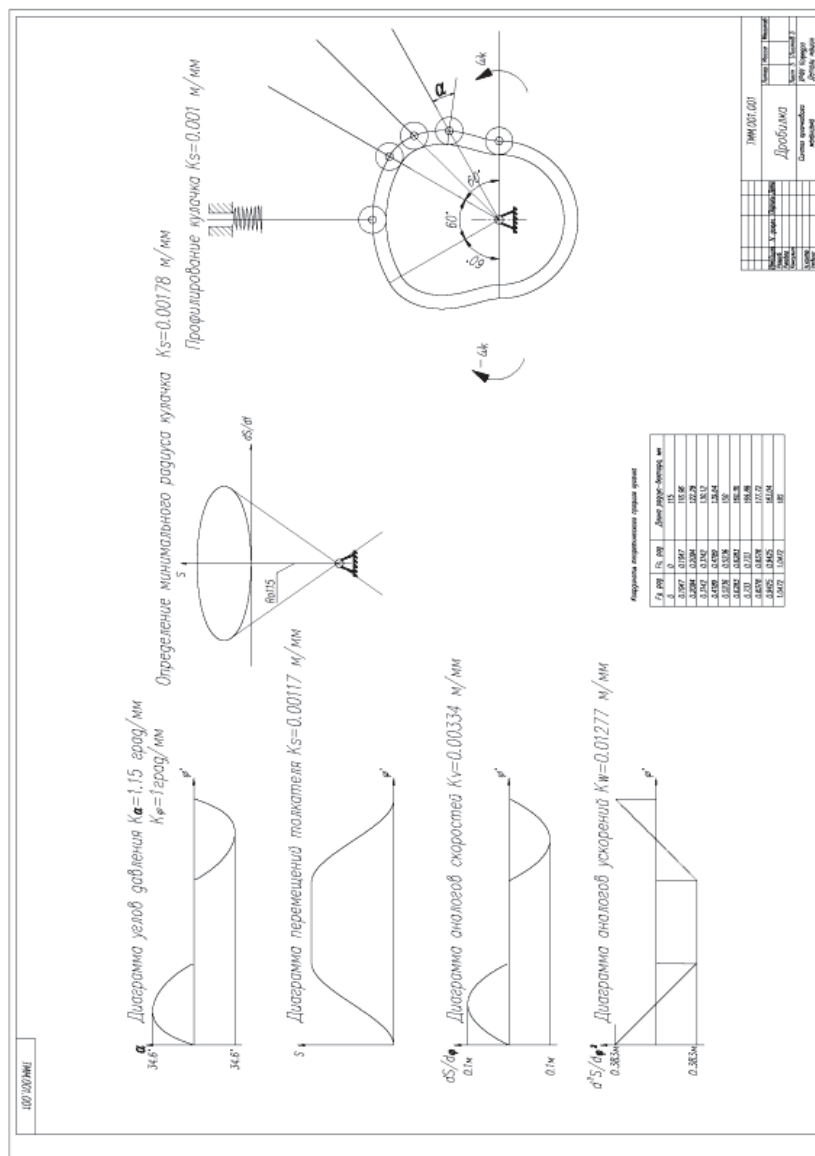


Рис. П.4.8. Синтез кулачкового механизма с возвратно поступательным толкателем



Рис. П.4.9. Синтез кулачкового механизма с качающимся толкателем

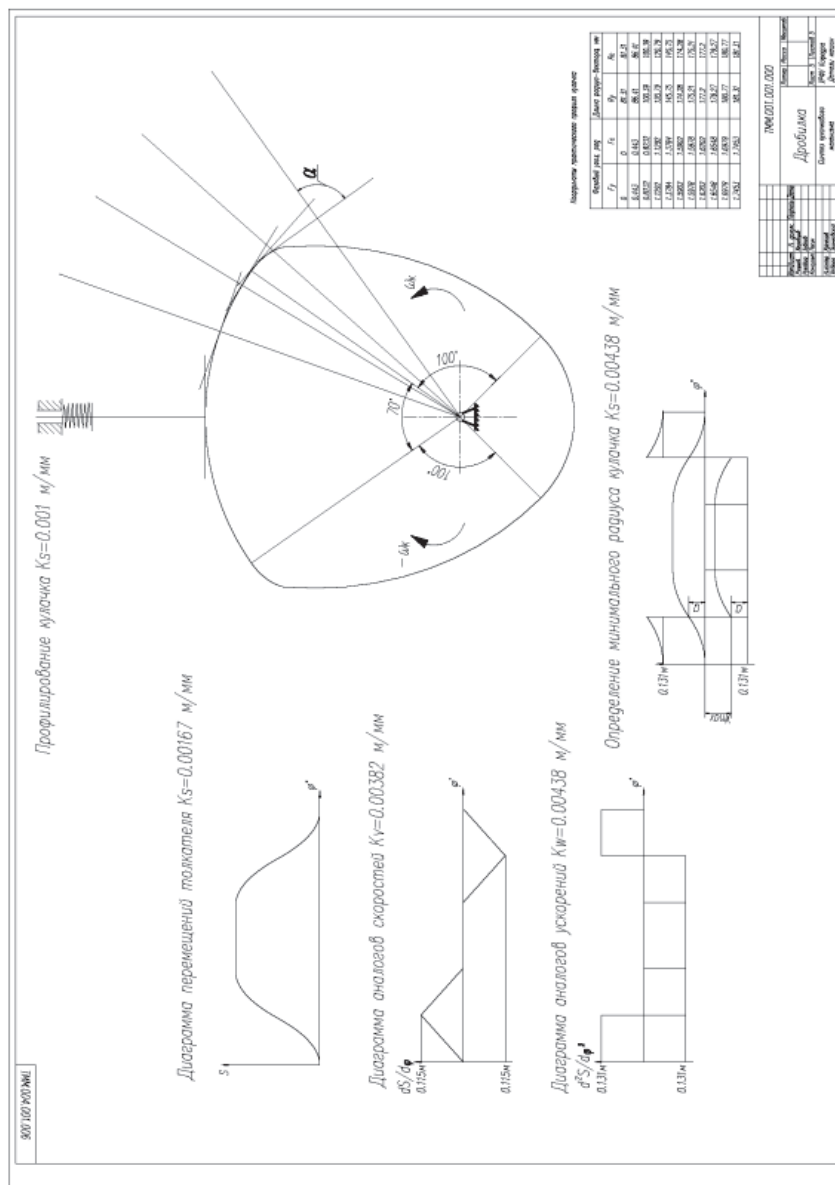


Рис. П.4.10. Синтез кулачкового механизма с тарельчатым толкателем

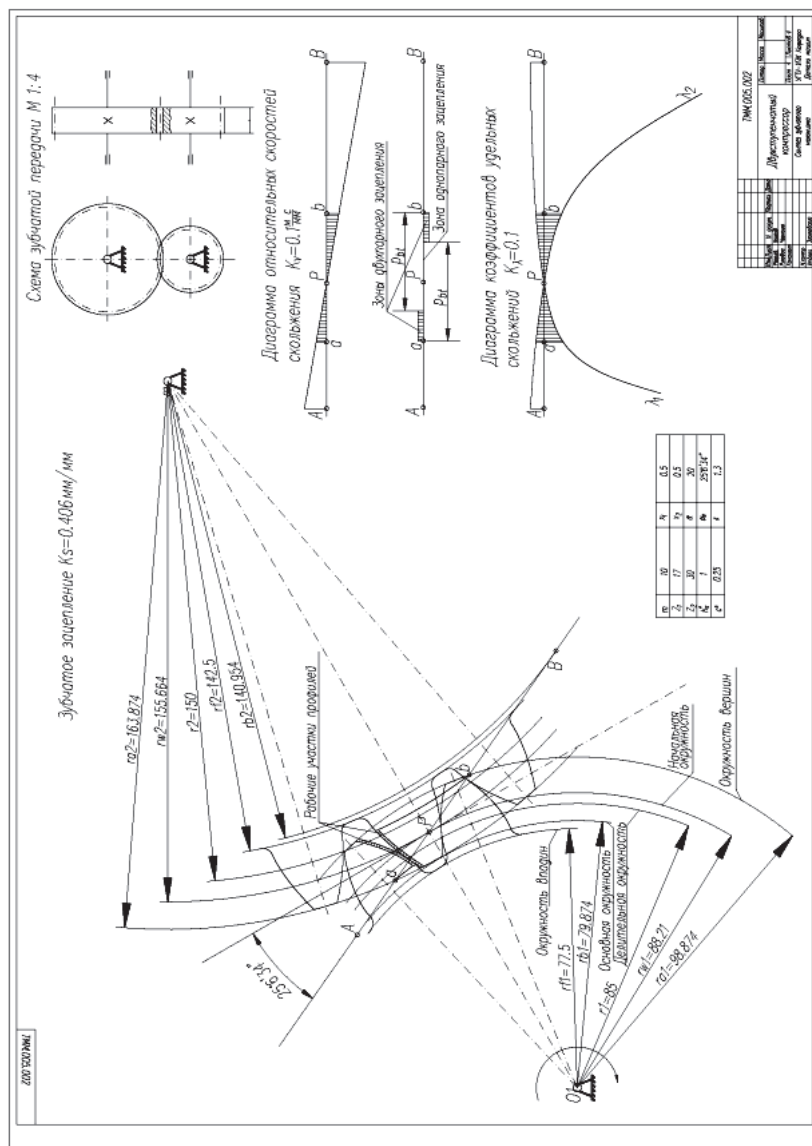


Рис. П.4.11. Синтез зубчатого механизма компрессора

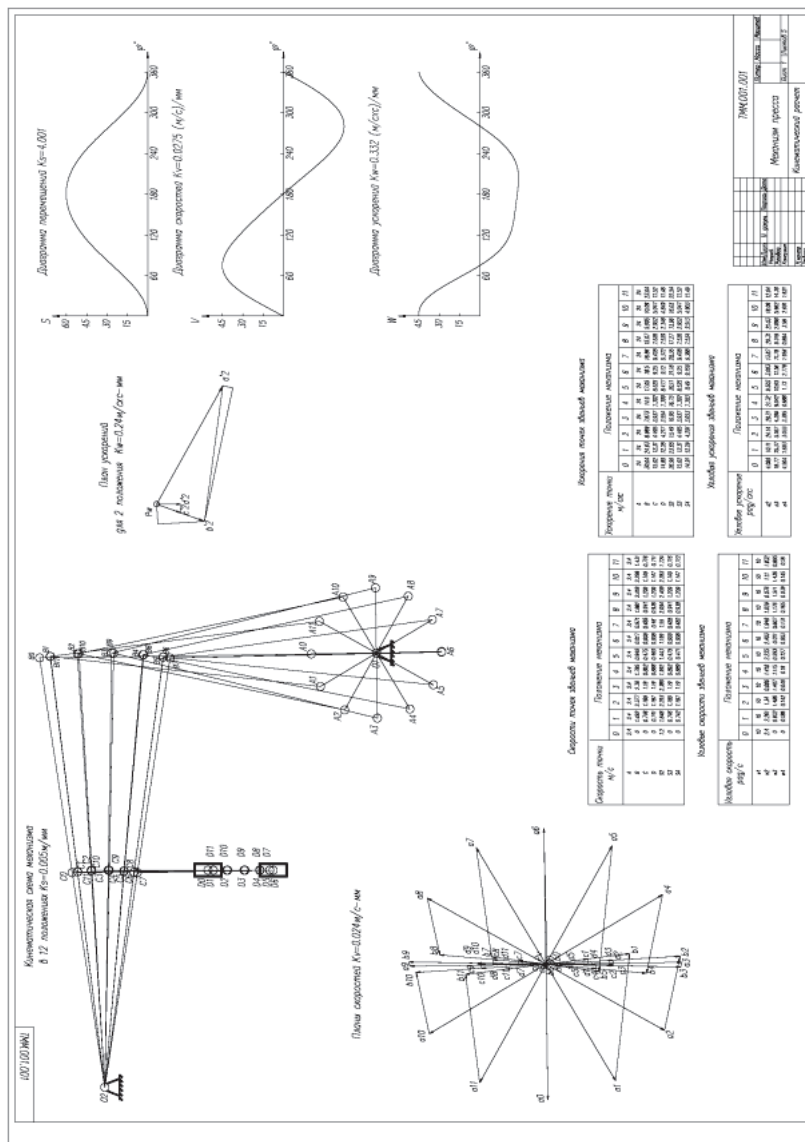


Рис. П.4.12. Кинематический анализ механизма пресса

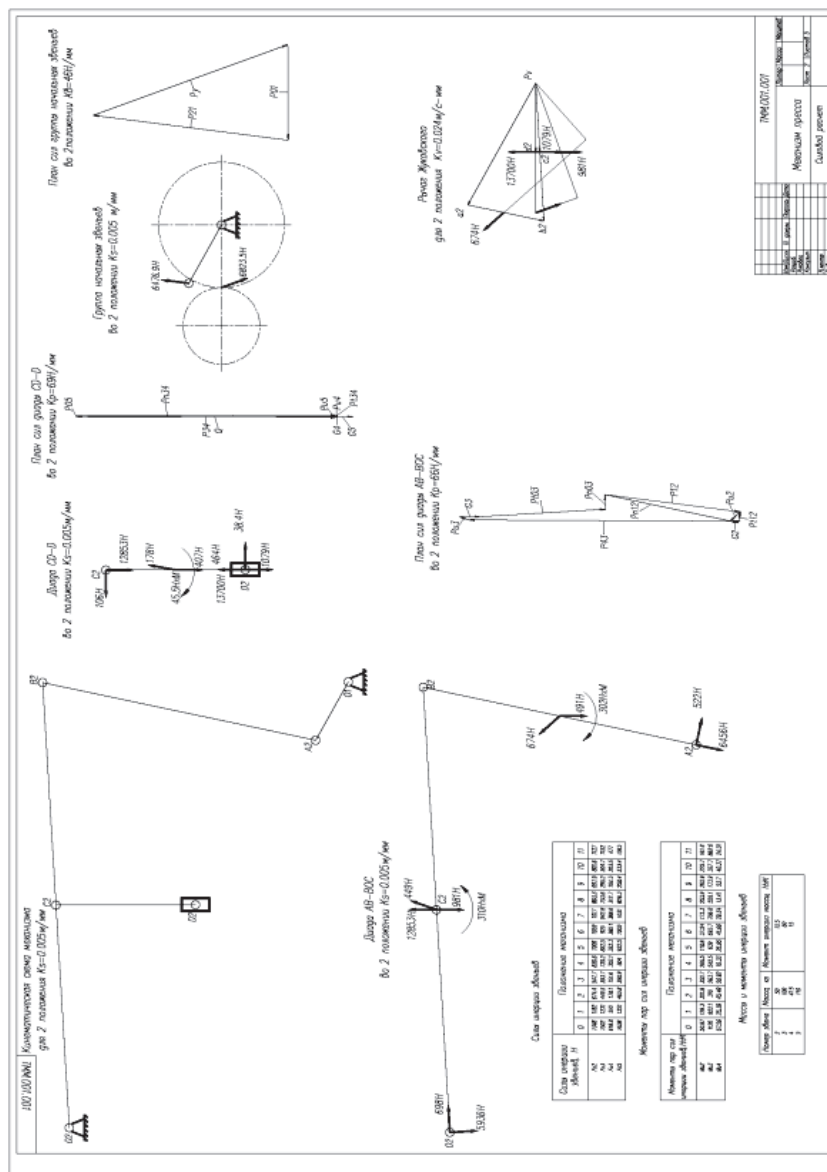


Рис. П.4.13. Силовой расчет механизма пресса

Оглавление

Предисловие.....	3
1. Структурный анализ механизма	4
2. Кинематический синтез плоских рычажных механизмов.....	13
3. Кинематический анализ рычажных механизмов.....	26
4. Движение машины под действием заданных сил и силовой расчет механизмов	58
5. Геометрический синтез эвольвентного зубчатого зацепления	80
6. Синтез кулачковых механизмов	89
7. Синтез планетарных механизмов	104
Библиографический список	114
Приложения	115

Учебное издание

Песин Юрий Вольфович
Черненко Александр Григорьевич
Покровский Владимир Борисович
Боклаг Наталья Юрьевна

ОСНОВЫ ПРОЕКТИРОВАНИЯ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН

Редакторы Т. Е. Мерц, О. С. Смирнова
Верстка Е. В. Ровнушкиной

Подписано в печать 21.11.2018. Формат 70×100 1/16.
Бумага писчая. Цифровая печать. Усл. печ. л. 13,55.
Уч.-изд. л. 7,4. Гарнитура *Newton*. Тираж 40 экз. Заказ 285.

Издательство Уральского университета
Редакционно-издательский отдел ИПЦ УрФУ
620049, Екатеринбург, ул. С. Ковалевской, 5
Тел.: 8 (343) 375-48-25, 375-46-85, 374-19-41
E-mail: rio@urfu.ru

Отпечатано в Издательско-полиграфическом центре УрФУ
620083, Екатеринбург, ул. Тургенева, 4
Тел.: 8 (343) 358-93-06, 350-58-20, 350-90-13
Факс: 8 (343) 358-93-06
<http://print.urfu.ru>

